SÉRIE A, N°
N° D'ORDRE :
892

# THÈSES

PRÉSENTÉES

## A LA FACULTÉ DES SCIENCES
## DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

## LE TITRE DE DOCTEUR-INGÉNIEUR

PAR

GHALIBAFIAN Mehdi

---

**1ere THÈSE.** — " Étude du comportement des dalles continues à deux panneaux en béton armé. "

**2e THÈSE.** — Propositions données par la Faculté.

" Les cycles à basses température. "

26 JUIN 1965

**Soutenues le** **devant la Commission d'examen.**

MM. SIESTRUNCK *Président.*

VICHNIEVSKY
SAPALY *Examinateurs.*
ROBINSON

SÉRIE A, N°
N° D'ORDRE :
892

# THÈSES

PRÉSENTÉES

## A LA FACULTÉ DES SCIENCES
## DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

## LE TITRE DE DOCTEUR-INGÉNIEUR

PAR

GHALIBAFIAN Mehdi

---

**1ere THÈSE.** — " Étude du comportement des dalles continues à deux panneaux en béton armé. "

**2e THÈSE.** — Propositions données par la Faculté.

" Les cycles à basses température. "

**Soutenues le** **devant la Commission d'examen.**

MM. SIESTRUNCK *Président.*

VICHNIEVSKY
SAPALY
ROBINSON
} *Examinateurs.*

UNIVERSITEITSBIBLIOTHEEK - LEIDEN -

.... AU CITOYEN IRANIEN

A MA MERE

A MA FEMME

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41534912_0008

# R E S U M E

Le programme d'essais de dalles établi par le Comité Européen du Béton et réalisé en France comportait parmi d'autres, une série de neuf dalles continues à deux panneaux carrés de 2,50m de portée, librement appuyées sur tous les côtés, y compris le côté commun et chargées par huit charges concentrées. Les résultats d'essais concernant ces dalles et les 18 poutres de référence correspondantes, ainsi que leur interprétation, font l'objet du présent exposé.

Les différents mécanismes de rupture possibles ont été étudiés en introduisant deux coefficients dans les calculs :

$\alpha = m_2 / m_1$ , coefficient d'orthotropie

$\beta = m'/m_2$

$m_1$ , $m_2$ et $m'$ étant respectivement : les moments résistants du 1er lit, du 2ème lit et de la section d'appui.

Cette étude a conduit à l'établissement d'un abaque donnant $Q/m_1$ en fonction de $\alpha$ et $\beta$ où Q est la valeur d'une charge concentrée à l'instant de la rupture

En ce qui concerne les poutres de référence, qui sont des poutres "plates", deux méthodes de calcul à la rupture ont été examinées : la méthode de M.CHAMBAUD, qui fait intervenir l'effet du raffermissement de l'acier dans le calcul, et le procédé de calcul du Pr.STEUERMANN qui tient compte de l'influence du béton tendu situé entre deux fissures. Des différences considérables existent entre les résultats des calculs réalisés par ces deux méthodes et les valeurs expérimentales.

Une nouvelle méthode de calcul qui tient compte à la fois de l'effet de raffermissement de l'acier et de l'influence du béton tendu est proposée pour ce type de poutre.

# SUMMARY

The test programm prepared by the European Concrete Committee and worked out in France included in particular a series of nine continuous two panel slabs, simply supported on all sides, including the side common to the two adjacent panels and loaded by means of eight concentrated loads.The panel dimensions were 2,50 meter square. The test results concerning those slabs and the 18 corresponding reference beams are presented and interpreted in this paper.

The various possible rupture mechanisms have been studied, introducing the following coefficients :

$\alpha = m_2 / m_1$ , coefficient of orthotropy

$\beta = m' / m_2$

$m_1$ , $m_2$ and m' being the resisting moments of the first layer of reinforcement, of the seconf layer, and the support section.

This study has led to a nomograph giving $Q/m_1$ as a function of $\alpha$ and $\beta$, Q being the magnitude of a concentrated load at rupture.

As concerns the reference beams, which are "flat" beams, two ultimate methods have been considered : Mr. CHAMBAUD's method which takes into account the effect of the ascending branch of the stress-strain diagram for steel after yielding, and Professor STEUERMANN's method which takes into account the influence of the tensile zone in the concrete between two adjacent cracks. Important differences are observed between the results of calculation based on both methods and the experimental results.

A new method which takes into account both the effect of the ascending branch of the stress-strain diagram for steel and the effect of the tensile zone of concrete is proposed for this type of beam.

# S O M M A I R E


## 1 - INTRODUCTION

Pages

1.1 - Généralités ..... 9

1.2 - Théorie du Pr JOHANSEN ..... 10

## 2 - PROGRAMME DU C.E.B.

2.1 - Dalles

2.11 - Dimensions et conditions d'appui ..... 13
2.12 - Béton et armatures ..... 13
2.121 - Dalles à un panneau ..... 13
2.122 - Dalles continues à deux panneaux ..... 14

2.2 - Poutres de référence

2.21 - Poutres de référence des dalles à un panneau ..... 14
2.22 - Poutres de référence des dalles à deux panneaux .... 14

2.3 - Résultats d'essais des trois premières séries ..... 14

## 3 - EXECUTION DES ESSAIS DES NEUF DALLES CONTINUES

3.1 - Eléments soumis à l'essai

3.11 - Tableaux de définition et plan d'armature ..... 19
3.12 - Coffrage et bétonnage ..... 19

Pages

3.2 - Caractères des matériaux utilisés pour la confection des dalles

3.21 - Caractères mécaniques du béton ..... 23
3.22 - Caractères mécaniques des aciers ..... 23

3.3 - Machine d'essai -

3.31 - Système de mise en charge ..... 31
3.32 - Dispositif d'appui des dalles ..... 31

3.4 - Mesures, appareils de mesure

3.41 - Mesures des charges appliquées ..... 36
3.42 - Mesures des flèches ..... 36
3.43 - Mesures des déformations ..... 36
3.44 - Rotations ..... 38
3.45 - Ouverture des fissures ..... 38
3.46 - Disposition des instruments de mesures ..... 38

3.5 - Déroulement des essais

3.51 - Zéro initial ..... 38
3.52 - Mise en charge ..... 43

4 - RESULTATS DES ESSAIS

4.1 - Etapes de chargement ..... 45

4.2 - Flèches et déformations ..... 45

4.3 - Fissuration, figure de rupture ..... 47

5 - INTERPRETATION

5.1 - Notations ..... 85

5.2 - Application de la méthode exposée aux éléments essayés

Etablissement des formules générales

5.21 - Poutres de référence "A"

5.211 - Moment observé ..... 87
5.212 - Moment calculé ..... 89

5.22 - Poutres-dalles de référence "B"

5.221 - Moment calculé ..... 89
5.222 - Moment observé ..... 90

5.23 - Dalles

5.231 - Moment calculé ..... 91
5.232 - Moment observé ..... 92

5.2321 - Premier mécanisme de rupture.... 93
5.2322 - Deuxième mécanisme de rupture .. 98
5.2323 - Choix du mécanisme de rupture .. 102
5.2324 - L'effet des bords ..... 105
5.2325 - L'effet du poids propre de la dalle ..... 107

5.3 - Application des formules générales aux éléments essayés :

5.31 - Poutres-dalles de référence "A" ..... 114
5.32 - Poutres-dalles "B" ..... 117
5.33 - Dalles ..... 121
5.34 - Récapitulation des résultats ..... 127
5.35 - Calcul de la charge de rupture d'une dalle continue non limitée aux axes d'appui ..... 128

5.351 - Application numérique ..... 132

5.4 - Calcul théorique des poutres-dalles de référence simples

5.41 - Calcul par la méthode de Mr Chambaud ..... 135
5.42 - Méthode de calcul proposée par le Pr STEURMANN ..... 139
5.43 - Méthode de "contrainte corrigée" ..... 146

5.5 - L'influence de $\beta = m'/m_2$ sur la charge de rupture

5.51 - Introduction ..... 155
5.52 - Poutres-dalles continues ..... 162
5.53 - Dalles continues ..... 164

5.6 - Poinçonnement ..... 165

6. CONCLUSIONS

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

# 1.- I N T R O D U C T I O N

## 1.1. - Généralités

Dès la naissance du béton armé, les constructeurs et les ingénieurs se sont efforcés de prévoir le comportement des ouvrages et d'apprécier leur degré de sécurité par l'intermédiaire du calcul. Les méthodes qui ont été et sont encore l e s plus utilisées pour atteindre ce but, dérivent de la Résistance des Matériaux q u i suppose des matériaux élastiques, complétée par l'hypothèse de la fissuration du b é- ton tendu dans les sections normales des pièces prismatiques.

Ces méthodes qui peuvent donner sans trop d'erreur le comportement en service,ne conviennent pas à la prévision des phénomènes de rupture.

Malgré cela, pour certains éléments de construction, les pou tre s par exemple, le calcul dit "élastique" conduit à des coefficients de sécurité conve- nables. En ce qui concerne le calcul des dalles, les méthodes basées sur la t h é o r i e élastique classique sont très laborieuses. On se contente donc, dans les cas les plus courants, de calculer les efforts maximaux et de prévoir sur toute la surface d e s dalles l'armature qui est nécessaire dans la région où se produisent ces e f f o r t s maximaux. Il n'est donc pas étonnant que les coefficients de sécurité à r u p t u r e qu'accusent les essais puissent apparaître comme anormalement élevés. De plus, d è s que la forme géométrique et le mode de chargement deviennent un peu plus compliqués, l'étude élastique des dalles devient pratiquement impossible.

C'est pourquoi les constructeurs se sont orientés vers la recherche de méthodes de calcul basées sur la théorie de la plasticité et susceptibles d'être appliquées de façon relativement simple dans la plupart des cas. Telle est la théorie du Professeur JOHANSEN.

## 1.2 - Théorie du Professeur JOHANSEN

L'examen des essais antérieurs sur dalles armées d'acier lisse doux montre que la rupture par flexion survient le long de lignes bien dessinées sensiblement rectilignes, appelées "lignes de rupture" ou "lignes charnières". La plaque se plie le long de ces lignes et l'influence sur les flèches de la plaque des déformations élastiques ou même plastiques des régions en dehors des charnières est négligeable vis-à-vis des déformations qui se concentrent sur celles-ci.

Le Professeur JOHANSEN idéalise le phénomène en introduisant un modèle "rigide plastique" de la dalle. Cette dernière, à rupture tend à former un "mécanisme", c'est-à-dire un système déformable sans apparition de nouvelles charnières, composé d'éléments plans articulés le long des lignes charnières. La conséquence en est que les lignes charnières sont composées d'éléments rectilignes.

Le moment fléchissant agissant sur chaque point d'une ligne charnière est supposé ne pas dépendre de l'angle dont ont tourné, l'une par rapport à l'autre, les deux parties de la plaque autour de la charnière, mais seulement de la résistance dite de "rupture" de la plaque suivant la direction de la ligne.

Dans ces conditions, étant données une configuration de lignes charnières et une configuration de charges, on peut déterminer le coefficient numérique par lequel il convient de multiplier les charges pour provoquer la rupture en utilisant le théorème des travaux virtuels, c'est-à-dire en écrivant l'égalité du travail des forces appliquées et du travail effectué dans les charnières.

Le théorème fondamental de l'analyse limite dit "de la borne supérieure" enseigne que l'on n'obtient ainsi qu'une borne supérieure de la charge limite qui entraîne la rupture de la plaque. On n'obtiendra une valeur exacte que si la configuration des charnières que l'on a supposée est effectivement celle qui se produit à la rupture.

Les plaques pratiques sont armées de deux nappes orthogonales d'aciers également espacés. Dans la direction de chaque nappe, on peut calculer le moment fléchissant de rupture ou de plastification qui agirait, par unité de longueur, sur la charnière normale aux aciers de cette nappe. Si $m_1$ est ce moment sur la charnière normale aux aciers 1 et $m_2$ le moment sur la charnière normale aux aciers 2, le Professeur JOHANSEN suppose que le moment agissant sur une charnière faisant l'angle $\omega$ avec la première est égale à :

$$m_\omega = m_1 \cos^2\omega + m_2 \sin^2\omega$$

Si les deux nappes orthogonales sont égales le moment de rupture est une constante en tout point de la plaque et pour toute direction de charnière. Les calculs deviennent alors très simples. Soit par exemple une dalle carrée de côté $\ell$ articulée sur ses quatre côtés et uniformément chargée. Les essais montrent que les lignes charnières sont sensiblement les diagonales fig n° I-1.

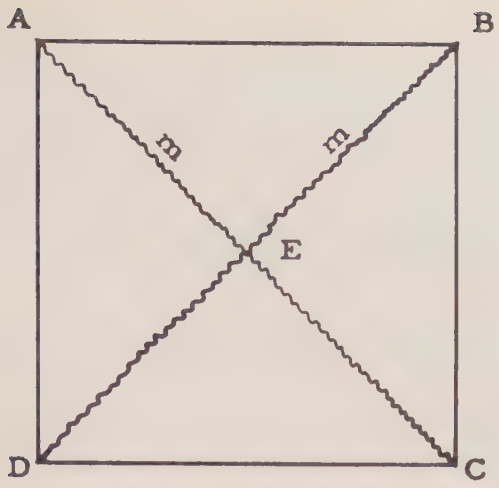



Fig. nº I - 1

Supposons que la flèche au centre soit l'unité : le travail de la charge uniforme q est égal au produit de q par le volume engendré par le déplacement du mécanisme, celui d'une pyramide à base carrée de côté $\ell$ et de hauteur 1 soit :

$$T_{Ex} = \frac{1}{3} q \ell^2$$

Pour évaluer le travail des forces intérieures, il est commode de considérer à part le travail correspondant à la rotation de chacun des éléments plans de la plaque. Le travail développé dans les charnières AE et EB pour un élément rigide triangulaire de plaque tel que A E B dans la rotation de cet élément est égal à

$$T_{1In} = m \, (Rot._{AE} \, AE + Rot._{EB} \, EB)$$

$$T_{1In} = m \, Rot._{AB} \, Proj._{AB} \, (\overline{AE} + \overline{EB}) = m \, Rot._{AB} \, \overline{AB}$$

d'où

$$T_{1In} = m \times \frac{2}{\ell} \times \ell = 2m$$

Pour les quatre éléments triangulaires le travail des charnières est égal à

$$T_{In} = 4 \times 2m = 8m$$

d'où l'égalité qui donne la charge de rupture

$$\frac{1}{3} q\ell^2 = 8m$$

$$q = \frac{24m}{\ell^2}$$

La théorie du Professeur JOHANSEN paraît fournir une image satisfaisante de la réalité pour les plaques armées d'aciers lisses dite "naturels" , c'est-à-dire dont le diagramme de traction présente un palier de plasticité. Pour ces plaques les charnières sont bien nettes et sont susceptibles de rotations importantes sous moment constant pendant la phase de rupture. Il en est de même pour les poutres à sections rectangulaires que l'on peut considérer comme des bandes de référence isolées dans une dalle parallèlement à une nappe d'armature.

Mais aujourd'hui, se généralisent les aciers à "Haute Adhérence" les uns naturels, les autres écrouis. Pour ces aciers les ruptures des poutres à section rectangulaire ne montrent pas les localisations nettes des sections de rupture que présentent les poutres armées d'aciers lisses. Il tend à se produire des zones de rupture où la courbure est importante, mais qui n'ont pas exactement l'apparence de charnières.

Il n'est pas certain dans ces conditions que l'idéalisation du Professeur JOHANSEN convienne parfaitement aux dalles armées d'acier à Haute Adhérence. C'est pour le vérifier que la commission DALLES - PLANCHER DALLES du COMITE EUROPEEN DU BETON (C.E.B.) a prévu ses premiers essais de dalles dont le programme a été établi par Mr STEINMANN et l'exécution confiée à Mr MALDAGUE assisté de M. M. KARAESMEN et GHALIBAFIAN.

Nous nous proposons, dans cet exposé, de décrire et d'interpréter une partie du dit programme d'essais.

# 2.- P R O G R A M M E DU C. E. B.

## 2.1 - Dalles

### 2. 11 - Dimensions et conditions d'appui

Le programme du Comité Européen du Béton comporte 19 dalles, à savoir :

- Une première série de trois dalles carrées de 250 cm de portée, librement appuyées sur le pourtour (dalles n° 1, 2 et 3).
- Une seconde série de trois dalles rectangulaires de portée 250 x 500 cm, librement appuyées sur le pourtour (dalles n° 4, 5 et 6).
- Une troisième série de quatre dalles carrées de 250 cm de portée librement appuyées sur les angles (dalles n° 18, 19, 21 et 21 bis).
- Une quatrième série de neuf dalles continues constituées de deux panneaux carrés de portée 250 cm librement appuyées sur les côtés, y compris le côté commun (dalles n° 7 à 15).

Ces dalles présentent une épaisseur de 10 cm. A noter que les dalles étant simplement appuyées sur leur contour, leurs angles sont susceptibles de se soulever, phénomène qui s'est produit dans tous les essais.

### 2. 12 - Béton et armatures

La qualité du béton est la même pour toutes les dalles. Quant aux armatures, elles sont constituées d'acier doux ordinaire, d'acier mi-dur crénelé (acier à Haute Adhérence naturel) et d'acier TOR 40 (acier à Haute Adhérence écroui). Cela nous permet d'effectuer les comparaisons souhaitées.

### 2. 121 - Dalles à un panneau

Les dalles à un panneau sont armées seulement sur la face tendue c'est-à-dire sur la face opposée à celle d'application des charges.

Les armatures sont uniformément réparties, parallèlement aux deux

côtés de la dalle et elles constituent deux nappes perpendiculaires. Pour les dalles carrées ces deux nappes sont égales, tandis que pour les dalles rectangulaires la section d'acier par mètre linéaire diffère d'une nappe à l'autre.

A noter que les dalles appuyées sur leurs angles ne comportent pas de nappe sur la face supérieure au voisinage de l'angle.

2. 122 - Dalles continues à deux panneaux

Les dalles à deux panneaux continus sont armées de deux nappes égales orthogonales sur la face opposée à la face d'application des charges. Au dessus de l'appui central est prévue une nappe supérieure longitudinale (chapeaux).

## 2.2 - Poutres de référence.

Les poutres-dalles de référence sont destinées à la détermination expérimentale du moment de rupture à introduire dans le calcul des dalles.

2. 21 - Poutres de référence des dalles à un panneau

A chacune des dalles à un panneau correspond une poutre-dalle de référence simple dite"poutre A" de 250 cm de portée, 10 cm de hauteur, dont l'armature est semblable à celle de la dalle correspondante, mais dont la largeur est limitée à 40 cm.

2. 22 - Poutres de référence des dalles à 2 panneaux

A chacune des dalles à deux panneaux continus, correspondent deux poutres-dalles de référence : l'une simple comme pour les dalles à un panneau, l'autre continue, dite "poutre B", à deux travées de 250 cm de portée et de même section que les précédentes.

## 2. 3 - Résultats d'essais des trois premières séries.

Le programme décrit ci-dessus a été réalisé à l'Institut de Recherches Appliquées du Béton Armé (IRABA) sous l'égide du C.E.B. Les résultats d'essais concernant les trois premières séries font l'objet d'un compte-rendu paru dans le Bulletin n° 44 du C.E.B.

Nous nous contentons de donner ci-après un court résumé de ce compte-rendu sous forme de tableaux. Les tableaux n° 2-1 et 2-2 donnent respectivement les caractères géométriques des dalles et des poutres-dalles de ces trois premières séries. Les charges expérimentales, les charges calculées par la théorie du Professeur JOHANSEN, ainsi que les principaux caractères mécaniques du béton et des armatures des dites dalles sont données au tableau n° 2-3.

# TABLEAU N° 2-1

## CARACTERES GEOMETRIQUES DES DALLES ESSAYEES

(1ère, 2ème, 3ème série)

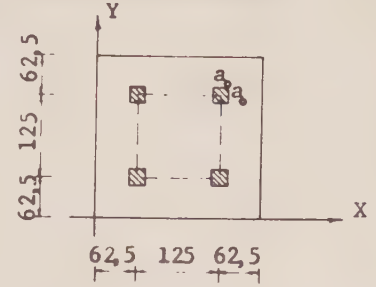
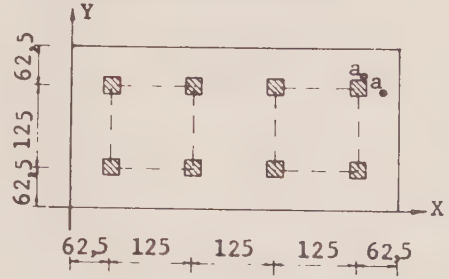
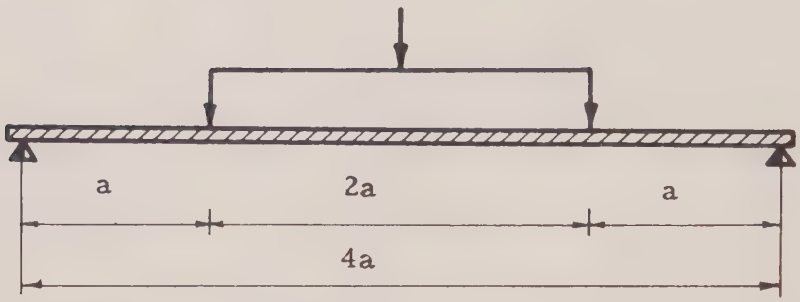
| SERIE | N° | FORME DE LA DALLE ET TYPE D'APPUI | DIMENSIONS | | | ARMATURE | | | MODE DE CHARGEMENT (cotes en cm) | $a_o$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | EPAISSEUR (cm) | ENTRE AXES D'APPUI (m) | TOTALES (m) | TYPE | 1er LIT sens Y | 2ème LIT sens X | | |
| PREMIERE | 1 | CARREE APPUI SIMPLE SUR LES 4 COTES | 10 | 2,5 x 2,5 | 2,7 x 2,7 | DOUX LISSE | Ø12 e= 13,5 | Ø12 e= 13,5 | 4 CHARGES CONCENTREES   | 10 |
| | 2 | | | | | CRENELE | Ø 8 e= 10,0 | Ø 8 e= 10,0 | | 10 |
| | 3 | | | | | TOR 40 | Ø 8 e= 10,0 | Ø 8 e= 10,0 | | 10 |
| DEUXIEME | 4 | RECTANGULAIRE APPUI SIMPLE SUR LES 4 COTES | 10 | 2,5 x 5,0 | 2,7 x 5,2 | DOUX LISSE | Ø12 e= 13,5 | Ø12 e= 20,0 | 8 CHARGES CONCENTREES   | 10 |
| | 5 | | | | | CRENELE | Ø 8 e= 10,0 | Ø 8 e= 15,0 | | 10 |
| | 6 | | | | | TOR 40 | Ø 8 e= 10,0 | Ø 8 e= 15,0 | | 10 |
| TROISIEME | 18 | CARREE APPUI SUR LES 4 ANGLES | 10 | 2,5 x 2,5 | 2,7 x 2,7 | DOUX LISSE | Ø12 e= 13,5 | Ø12 e= 13,5 | La première figure est aussi valable pour ces trois dalles | 10 |
| | 19 | | | | | CRENELE | Ø 8 e= 10,0 | Ø 8 e= 10,0 | | 10 |
| | 21 | | | | | TOR 40 | Ø 8 e= 10,0 | Ø 8 e= 10,0 | | 10 |
| | 21 b | | | | | TOR 40 | Ø 8 e= 10,0 | Ø 8 e= 10,0 | | |

Tableau N° 2-2

CARACTERES GEOMETRIQUES DES POUTRES-DALLES

(1ère , 2ème et 3ème Série)




" Poutre A "

| SERIE | N° | LARGEUR (cm) | HAUTEUR (cm) | PORTEE (cm) | ARMATURE | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | TYPE D'ACIER | PRINCIPALE |
| PREMIERE | 1 | 40 | 10 | 250 | DOUX LISSE | 3 φ 12 |
| | 2 | | | | CRENELE | 4 φ 8 |
| | 3 | | | | TOR 40 | 4 φ 8 |
| DEUXIEME | 4 | 40 | 10 | 250 | DOUX LISSE | 3 φ 12 |
| | 5 | | | | CRENELE | 4 φ 8 |
| | 6 | | | | TOR 40 | 4 φ 8 |
| TROISIEME | 18 | 40 | 10 | 250 | DOUX LISSE | 3 φ 12 |
| | 19 | | | | CRENELE | 4 φ 8 |
| | 21, 21b | | | | TOR 40 | 4 φ 8 |

TABLEAU N° 2_3

CARACTERES MECANIQUES DES MATERIAUX UTILISES

RECAPITULATION DES PRINCIPAUX RESULTATS D'ESSAIS (1ère, 2ème et 3ème Série)

| N° | BETON | | | ARMATURE | | | | Charge de fissuration (kg) | CHARGE DE RUPTURE | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Résistance à la compression (kg/cm2) | | Résistance à la traction (kg/cm2) | Type d'acier | $\phi$ (mm) | Limite d'élasticité (kg/mm2) | Contrainte de rupture (kg/mm2) | | Expérimentale (kg) | Théorique (kg) | $\frac{Exp}{th}$ |
| | cubes | cylindres | | | | | | | | | |
| 1 | 472 | | 34 | doux | 12 | 27,54 | 39,52 | 8.540 | 27.900 | 27.228 | 1,025 |
| 2 | 474 | | 31 | crénelé | 8 | 49,93 | 76,58 | 9.970 | 30.090 | a) 34572 | 0,870 |
| 3 | 477 | | 35 | TOR 40 | 8 | 51,28 | 61,08 | 9.100 | 36.350 | b) 35476<br>36.948 | 0,848<br>0,984 |
| 4 | 451 | | 30 | doux | 12 | 28,18 | 38,83 | 10.600 | 41.300 | 41.000 | 1,007 |
| 5 | 468 | 350 | 36 | crénelé | 8 | 49,96 | 76,25 | 12.980 | 43.210 | 49.400 | 0,875 |
| 6 | 479 | 452 | 32 | TOR 40 | 8 | 52,44 | 62,44 | 12.710 | 55.200 | 57. 120 | 0,966 |
| 18 | 493 | | 30 | doux | 12 | 28,28 | 40,22 | 1.775 | 11.330 | 11.184 | 1,013 |
| 19 | 516 | | 33 | crénelé | 8 | 50,69 | 77,75 | 2.170 | 13.750 | 16.072 | 0,856 |
| 21 | 481 | | 34 | TOR 40 | 8 | 49,37 | 60,04 | 2.300 | 13.100 | 13.923 | 0,941 |
| 21b | 458 | | 35 | | 8 | 58,30 | 64,24 | 3.350 | 14.350 | 14.910 | 0,962 (1) |

(1) Rupture par poinçonnement avant épuisement de la résistance à la flexion de la dalle.

Le présent travail a pour objet d'interprêter les résultats d'essais des neuf dalles continues.

NOTA : sur tous les tableaux le diamètre Ø des barres est donné en mm. L'espacement des barres e est désigné en cm.

# 3.- EXECUTION DES ESSAIS DES NEUF DALLES CONTINUES

## 3.1 - Eléments soumis à l'essai

### 3.11 - Tableaux de définition et plan d'armature :

Les caractères géométriques des dalles essayées, ainsi que ceux des poutres de référence sont donnés respectivement aux tableaux n° 3-1 et 3-2. Ces tableaux se trouvent complétés par le plan d'armature de la figure n° III-1.

### 3.12 - Coffrage et bétonnage

Les dalles sont moulées dans des coffrages en bois. Les surfaces du coffrage étaient revêtues de panneaux de contre-plaqué.

La composition du béton était la même pour toutes les dalles, soit par m3 du béton mis en oeuvre :

| | | |
|---|---|---|
| Ciment CPA-L | 210-325 | 350 kg |
| Gravier de Seine | 15/25 | 1225 kg |
| Sable de Seine | 0/5 | 600 kg |

L'eau ajoutée a été définie en fonction de la teneur en eau réelle des agrégats, mesurée au moment de leur utilisation. L'affaissement du béton frais, mesuré au cône d'Abrams a servi d'indication sur homogénéité du béton des gâchées successives.

L'utilisation d'un malaxeur de faible capacité (100 litres) a nécessité un nombre relativement grand de gâchées sur lesquelles ont été prélevées des éprouvettes du contrôle : des cubes de 14 cm d'arête, des prismes de 7 × 7 × 28 cm et des cylindres $\phi$ 16 cm et hauteur 32 cm.

# TABLEAU N° 3-1

## CARACTERES GEOMETRIQUES DES DALLES ESSAYEES

(Quatrième série)

| SERIE | N° | FORME DE LA DALLE ET TYPE D'APPUI | DIMENSIONS | | | ARMATURE | | | | MODE DE CHARGEMENT (cotes en cm) | $a_o$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | EPAISSEUR (cm) | ENTRE AXES D'APPUI (m) | TOTALES (m) | TYPE | 1er LIT sens Y | 2ème LIT sens X | APPUI CENTRAL | | |
| QUATRIEME | 7 | CONTINUE A DEUX PANNEAUX CARRES APPUI SIMPLE SUR LEURS COTES (Y COMPRIS LE COTE COMMUN) | 10 | 2 fois 2,5 x 2,5 | 2,7 x 5,2 | DOUX LISSE | Ø12 e= 13,5 | Ø12 e= 13,5 | Ø12 e= 13,5 | 8 CHARGES CONCENTREES | 10 |
| | 8 | | | | | CRENELE | Ø 8 e= 10,0 | Ø 8 e= 10,0 | Ø 8 e= 10,0 | | 15 |
| | 9 | | | | | TOR 40 | Ø 8 e= 10,0 | Ø 8 e= 10,0 | Ø 8 e= 10,0 | | 20 |
| | 10 | | | | | DOUX LISSE | Ø12 e= 12,5 | Ø12 e= 12,5 | Ø12 e= 13,5 | | 20 |
| | 11 | | | | | CRENELE | Ø 8 e= 13,5 | Ø 8 e= 13,5 | Ø 8 e= 13,5 | | 20 |
| | 12 | | | | | TOR 40 | Ø 8 e= 13,5 | Ø 8 e= 13,5 | Ø 8 e= 10,0 | | 20 |
| | 13 | | | | | DOUX LISSE | Ø 8 e= 12,0 | Ø 8 e= 12,0 | Ø12 e= 13,5 | | 20 |
| | 14 | | | | | CRENELE | Ø 8 e= 19,5 | Ø 8 e= 19,0 | Ø 8 e= 10,0 | | 20 |
| | 15 | | | | | TOR 40 | Ø 8 e= 19,5 | Ø 8 e= 19,0 | Ø 8 e= 10,0 | | 20 |

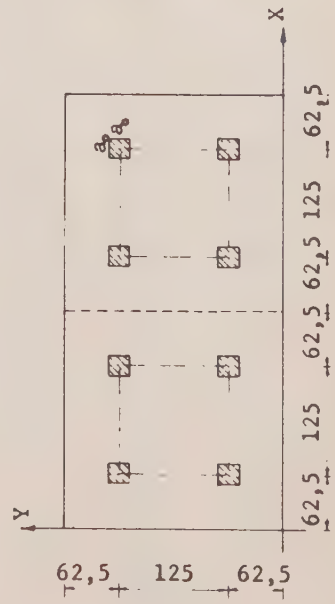
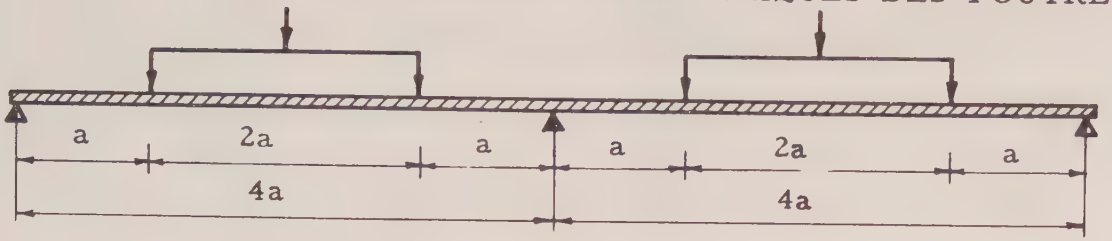
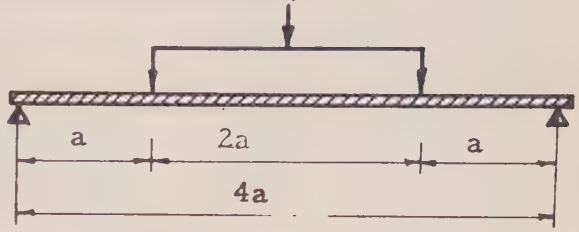


TABLEAU N° 3-2

CARACTERES GEOMETRIQUES DES POUTRES-DALLES (4ème Série)

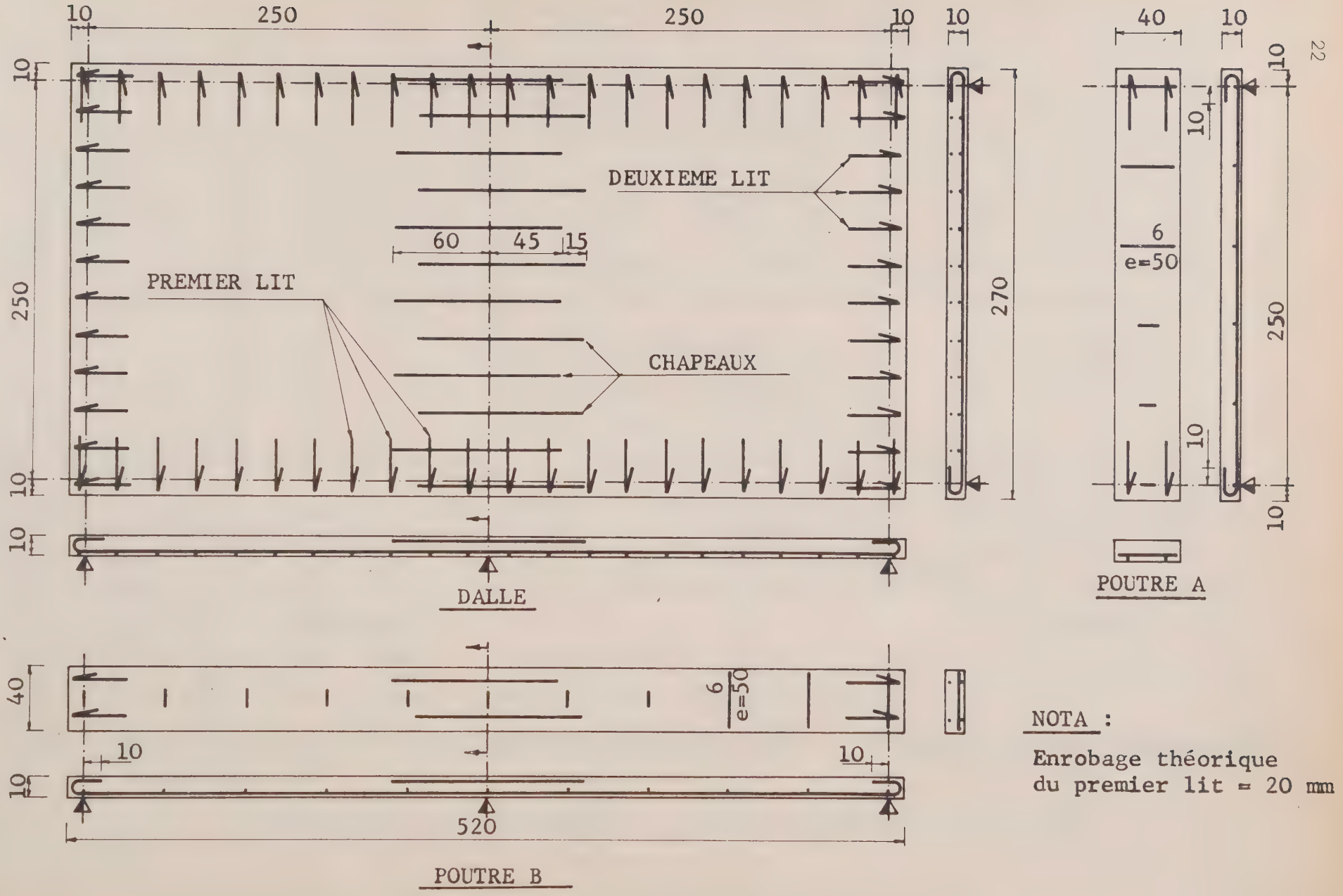



" POUTRE B "




" POUTRE A "

| SERIE | N° | LARGEUR (cm) | HAUTEUR (cm) | PORTEE $\ell$ (cm) | ARMATURE | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | TYPE D'ACIER | POUTRE " A " PRINCIPALE | POUTRE " B " | |
| | | | | | | | TRAVEE | APPUI |
| QUATRIEME | 7 | 40 | 10 | 250 | DOUX LISSE | 3 $\varphi$ 12 | 3 $\varphi$ 12 | 3 $\varphi$ 12 |
| | 8 | | | | CRENELE | 4 $\varphi$ 8 | 4 $\varphi$ 8 | 4 $\varphi$ 8 |
| | 9 | | | | TOR 40 | 4 $\varphi$ 8 | 4 $\varphi$ 8 | 4 $\varphi$ 8 |
| | 10 | 40 | 10 | 250 | DOUX LISSE | 4 $\varphi$ 12 | 4 $\varphi$ 12 | 3 $\varphi$ 12 |
| | 11 | | | | CRENELE | 3 $\varphi$ 8 | 3 $\varphi$ 8 | 4 $\varphi$ 8 |
| | 12 | | | | TOR 40 | 3 $\varphi$ 8 | 3 $\varphi$ 8 | 4 $\varphi$ 8 |
| | 13 | 40 | 10 | 250 | DOUX LISSE | 4 $\varphi$ 8 | 4 $\varphi$ 8 | 3 $\varphi$ 12 |
| | 14 | | | | CRENELE | 3 $\varphi$ 8 | 3 $\varphi$ 8 | 4 $\varphi$ 8 |
| | 15 | | | | TOR 40 | 3 $\varphi$ 8 | 3 $\varphi$ 8 | 4 $\varphi$ 8 |




NOTA :

Enrobage théorique du premier lit = 20 mm

Fig. n° III - 1 : PLAN D'ARMATURE (4ème série)

Le béton de toutes les dalles, poutres-dalles de référence et éprouvettes a été mis en place par vibration. Tous les éléments fabriqués ont été arrosés quelques heures après le bétonnage et conservés à l'air libre, sur l'aire de fabrication. On les a arrosés une deuxième fois le lendemain matin lorsque le bétonnage avait été fait par un temps chaud et sec.

## 3.2 - Caractères des matériaux utilisés pour la confection des dalles.

### 3.21 - Caractères mécaniques du béton

Afin d'avoir des indications précises sur les caractères mécaniques du béton, les éprouvettes moulées au moment de la fabrication ont été essayées le jour de l'essai. (sauf pour la dalle n° 8 et les poutres-dalles 8A, 8B et10B).

Les cubes et les cylindres ont été essayés après surfaçage des faces au contact des plateaux de la presse à l'aide d'un enduit au soufre.

Les prismes ont été essayés sous moment constant. La résistance à la traction a été déterminée à partir de la formule

$$\sigma_b = \frac{3.6\ M}{a^2}$$

dans laquelle :

M = le moment appliqué pour rompre l'éprouvette

a = 7 cm, côté du prisme

Le module d'élasticité a été déterminé par mise en résonance sous vibration longitudinale de l'éprouvette, sur les prismes, ou par mesure de la vitesse du son, sur les cylindres, avant de les soumettre à l'essai de traction par flexion ou de compression. Les résultats obtenus figurent sur le tableau n° 3-3.

### 3.22 - Caractères mécaniques des aciers :

Un spécimen a été prélevé sur chaque barre d'acier utilisée pour la confection des dalles et poutres-dalles afin d'être soumis à l'essai de traction. Les résultats de ces essais figurent dans le tableau n° 3-4.

Un diagramme est tracé pour chaque spécimen. Nous donnons ici un diagramme caractéristique pour chaque type d'acier, c'est celui de la barre dont la limite d'élasticité se rapproche le plus de la limite d'élasticité moyenne de toutes les éprouvettes d'un même type. Fig. n° III-2, III-3 et III-4.

# Tableau N° 3-3

## CARACTERES MECANIQUES DES BETONS

| SERIE | DALLE N° | POUTRE N° | AGE (jours) | RESISTANCE A LA COMPRESSION (kg/cm2) | | | | RESISTANCE A LA TRACTION (Kg/cm2) | | MODULE D'ELASTICITE (kg/cm2) | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | SUR CUBES | | SUR CYLINDRES | | SUR PRISMES | | | |
| | | | | Individ. | Moyenne | Individ. | Moyenne | Individ. | Moyenne | Individ. | Moyenne |
| QUATRIEME | 7 | | 148 | 630 | 641,5 | 470 | 507,0 | 34,0 | 34,00 | 466 900 | 478 460 |
| | | | | 660 | | 470 | | 32,5 | | 480 800 | |
| | | | | 660 | | 525 | | 37,0 | | 475 600 | |
| | | | | 650 | | 515 | | 30,5 | | 472 000 | |
| | | | | 685 | | 530 | | 38,0 | | 468 550 | |
| | | | | 590 | | 520 | | 43,0 | | 487 450 | |
| | | | | 590 | | 485 | | 31,5 | | 480 750 | |
| | | | | 715 | | 525 | | 27,0 | | 486 450 | |
| | | | | 620 | | 520 | | 34,0 | | 487 400 | |
| | | | | 615 | | 510 | | 32,0 | | 478 700 | |
| | | 7 A | 137 | 480 | 500,0 | 425 | 447,5 | 33,5 | 33,75 | - | - |
| | | | | 520 | | 470 | | 34,0 | | - | |
| | | 7 B | 151 | 625 | 642,5 | 500 | 472,5 | 37,5 | 35,50 | - | - |
| | | | | 660 | | 445 | | 33,5 | | - | |
| | 8 | | Compression 146 Traction 170 | 350 | 423,0 | 400 | 414,0 | 30,5 | 30,75 | - | (Par vitesse du son 366 000) |
| | | | | - | | 400 | | 21,5 | | - | |
| | | | | 430 | | 415 | | 30,5 | | - | |
| | | | | 390 | | 395 | | 31,5 | | - | |
| | | | | 465 | | 415 | | 33,0 | | - | |
| | | | | 415 | | 445 | | 38,0 | | - | |
| | | | | 430 | | 420 | | 30,0 | | - | |
| | | | | 480 | | 420 | | 31,0 | | - | |
| | | 8 A | | 400 | 417,5 | 400 | 395,0 | 27,0 | 28,25 | - | |
| | | | | 435 | | 390 | | 29,5 | | | |
| | | 8 B | | 405 | 400,0 | 390 | 385,0 | 25,0 | 27,50 | | |
| | | | | 395 | | 380 | | 30,0 | | - | |
| | 9 | | 222 | 440 | 450,0 | 395 | 395,0 | 26,5 | 25,20 | 414 000 | 414 750 (Par vitesse du son 420 000) |
| | | | | 500 | | 420 | | 27,0 | | 421 000 | |
| | | | | 430 | | 365 | | 23,5 | | 404 000 | |
| | | | | 445 | | 340 | | 24,0 | | 376 000 | |
| | | | | 485 | | 410 | | 23,5 | | 432 000 | |
| | | | | 475 | | 385 | | 25,0 | | 414 000 | |
| | | | | 415 | | 430 | | 28,0 | | 443 000 | |
| | | | | 410 | | 410 | | 24,0 | | 414 000 | |
| | | 9 A | 211 | 420 | 437,5 | 400 | 400,0 | 30,5 | 28,75 | - | |
| | | | | 455 | | 400 | | 27,0 | | - | |
| | | 9 B | 287 | 480 | 490,0 | 455 | 470,0 | 32,5 | 29,50 | 453 000 | 444 500 |
| | | | | 500 | | 485 | | 26,5 | | 436 000 | |

# Tableau N° 3-3

## (Suite 1)

| SERIE | DALLE N° | POUTRE N° | AGE (jours) | RESISTANCE A LA COMPRESSION (Kg/cm2) | | | | RESISTANCE A LA TRACTION (Kg/cm2) | | MODULE D'ELASTICITE (Kg/cm2) | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | SUR CUBES | | SUR CYLINDRES | | SUR PRISMES | | | |
| | | | | Individ. | Moyenne | Individ. | Moyenne | Individ. | Moyenne | Individ. | Moyenne |
| QUATRIEME | 10 | | 357 | 420 | 440,0 | 425 | 419,0 | 24,5 | 28,20 | 410 700 | 422 125 (Par vitesse du son 430 000) |
| | | | | 375 | | 400 | | 25,5 | | 411 300 | |
| | | | | 455 | | 435 | | 30,5 | | 401 300 | |
| | | | | 470 | | 450 | | 30,5 | | 430 600 | |
| | | | | 460 | | 425 | | 30,5 | | 421 100 | |
| | | | | 440 | | 385 | | 29,5 | | 430 200 | |
| | | | | 430 | | 435 | | 27,5 | | 430 000 | |
| | | | | 470 | | 400 | | 27,0 | | 441 800 | |
| | | | | (Moyenne sur trois prismes de 7 x 7 x 35) | | | | | 27,50 | | 403 500 |
| | | 10 A | 355 | 430 | 420,0 | 445 | 447,5 | 26,0 | 26,00 | - | - |
| | | | | 410 | | 450 | | 26,0 | | | |
| | | 10 B | 431 | 415 | 432,5 | 470 | 435,0 | 33,0 | 33,00 | 420 000 | 425 300 |
| | | | | 450 | | 400 | | 33,0 | | 430 600 | |
| | 11 | | 589 | 360 | 474,0 | 365 | 427,0 | 19,5 | 19,00 | 381 900 | 397 040 |
| | | | | 460 | | 355 | | 18,0 | | 389 300 | |
| | | | | 520 | | 490 | | 20,0 | | 417 400 | |
| | | | | 530 | | 455 | | 15,5 | | 383 600 | |
| | | | | 470 | | 445 | | 26,0 | | 415 600 | |
| | | | | 445 | | 455 | | 20.0 | | 406 600 | |
| | | | | 485 | | 425 | | 18,0 | | 396 700 | |
| | | | | 520 | | 425 | | 15,0 | | 385 200 | |
| | | 11 A | 589 | 510 | 512,5 | 465 | 467,0 | 18,0 | 15,50 | 373 000 | 365 250 |
| | | | | 515 | | 470 | | 13,0 | | 357 500 | |
| | | 11 B | 569 | 460 | 457,5 | 480 | 467,5 | 12,5 | 13,75 | 333 000 | 334 750 |
| | | | | 455 | | 455 | | 15,0 | | 336 500 | |
| | 12 | | 546 | 480 | 500,0 | 365 | 440,5 | 30,5 | 33,10 | 421 700 | 430 825 (Par vitesse du son sur cylindre 418 200) |
| | | | | 445 | | 465 | | 31,5 | | 422 400 | |
| | | | | 520 | | 460 | | 32,5 | | 426 000 | |
| | | | | 510 | | 455 | | 31,0 | | 443 500 | |
| | | | | 530 | | 450 | | 37,0 | | 429 800 | |
| | | | | 530 | | 460 | | 36,0 | | 441 500 | |
| | | | | 485 | | 465 | | 29,5 | | 426 200 | |
| | | | | 500 | | 405 | | 36,5 | | 435 500 | |
| | | 12 A | 543 | 475 | 470,0 | 450 | 455,0 | 31,5 | 29,75 | 387 700 | 390 250 |
| | | | | 465 | | 460 | | 28,0 | | 392 800 | |
| | | 12 B | 516 | 485 | 480,0 | 430 | 440,0 | 26,0 | 26,25 | 410 000 | 412 000 |
| | | | | 475 | | 450 | | 26,5 | | 414 000 | |

# Tableau N° 3-3

## (Suite 2)

| SERIE | DALLE N° | POUTRE N° | AGE (jours) | RESISTANCE A LA COMPRESSION (kg/cm2) | | | | RESISTANCE A LA TRACTION (Kg/cm2) | | MODULE D'ELASTICITE (kg/cm2) | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | SUR TUBES | | SUR CYLINDRES | | SUR PRISMES | | | |
| | | | | Individ. | Moyenne | Individ. | Moyenne | Individ. | Moyenne | Individ. | Moyenne |
| QUATRIEME | 13 | | 393 | 335 | | 300 | | 24,5 | | 378 300 | |
| | | | | 355 | | 320 | | 28,0 | | 396 600 | |
| | | | | 365 | | 360 | | 32,5 | | 396 500 | |
| | | | | 375 | 382,5 | 360 | 351,0 | 33,0 | 30,40 | 406 500 | 398 800 |
| | | | | 370 | | 465 | | 33,0 | | 394 500 | |
| | | | | 395 | | 330 | | 30,0 | | 397 300 | |
| | | | | 425 | | 315 | | 33,5 | | 431 600 | |
| | | | | 440 | | 360 | | 28,5 | | 389 000 | |
| | | 13 A | 388 | 405 | 432,5 | 425 | 412,5 | 35,5 | 31,75 | 400 600 | 400 700 |
| | | | | 460 | | 400 | | 28,0 | | 400 800 | |
| | | 13 B | 451 | 425 | 422,5 | 420 | 375,0 | 30,0 | 28,75 | - | - |
| | | | | 420 | | 330 | | 27,5 | | - | |
| | 14 | | 83 | 400 | | 325 | | 24,5 | | 409 400 | |
| | | | | 355 | | 345 | | 26,0 | | 415 600 | |
| | | | | 360 | | 375 | | 26,5 | | 418 900 | |
| | | | | 385 | 356,0 | 385 | 354,0 | 26,5 | 26,50 | 420 800 | 414 000 |
| | | | | 330 | | 340 | | 29,0 | | 415 000 | |
| | | | | 340 | | 350 | | 26,5 | | 420 100 | |
| | | | | 335 | | 360 | | 28,5 | | 405 600 | |
| | | | | 34[illegible] | | 350 | | 24,0 | | 406 700 | |
| | | 14 A | 69 | 445 | 440,0 | 390 | 390,0 | 29,0 | 29,00 | 419 800 | 413 600 |
| | | | | 435 | | 390 | | 29,0 | | 407 400 | |
| | | 14 B | 160 | 435 | 452,5 | 395 | 420,0 | 28,0 | 31,25 | 415 900 | 421 150 |
| | | | | 470 | | 445 | | 34,5 | | 426 400 | |
| | 15 | | 93 | 410 | | 425 | | 27,5 | | 406 800 | |
| | | | | 435 | | 360 | | 29,0 | | 392 000 | |
| | | | | 420 | | 385 | | 33,0 | | 449 400 | |
| | | | | 430 | 421,0 | 410 | 388,0 | 33,0 | 30,50 | 433 000 | 421 600 |
| | | | | 400 | | 375 | | 33,0 | | 422 100 | |
| | | | | 440 | | 360 | | 31,0 | | 414 500 | |
| | | | | 410 | | 390 | | 27,5 | | 419 800 | |
| | | | | 425 | | 400 | | 30,0 | | 435 100 | |
| | | 15 A | 65 | 425 | 420,0 | 360 | 340,0 | 33,5 | 32,00 | 434 500 | 430 800 |
| | | | | 415 | | 320 | | 30,5 | | 427 100 | |
| | | 15 B | 218 | 530 | 530,0 | 445 | 445,0 | 35,5 | 31,25 | 430 000 | 423 500 |
| | | | | 530 | | 445 | | 27,0 | | 417 000 | |

# Tableau N° 3-4

## CARACTERES MECANIQUES DES ACIERS

| SERIE | DALLE N° | POUTRE N° | TYPE D'ACIER | DIAMETRE (mm) | SECTION (mm2) | LIMITE D'ELASTICITE Kg/mm2 | | RESISTANCE A LA TRACTION Kg/mm2 | | ALLONGEMENT DE RUPTURE % | | OBSERVATION |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | Individ. | Moyenne | Individ. | Moyenne | Individ. | Moyenne | |
| QUATRIEME | 7 | | DOUX LISSE | 12 | 113 | 30,5 | | 40,4 | | 32,5 | | 1er lit |
| | | | | | | 30,6 | | 41,3 | | 33,7 | | " |
| | | | | | | 29,8 | | 40,7 | | 31,4 | | " |
| | | | | | | 28,1 | | 38,6 | | 29,0 | | 2ème lit |
| | | | | | | 31,5 | | 42,4 | | 26,8 | | " |
| | | | | | | 30,5 | | 39,0 | | 32,5 | | " |
| | | | | | | 30,6 | 30,34 | 41,8 | 40,74 | 31,4 | 32,80 | Chapeaux |
| | | | | | | 29,8 | | 40,0 | | 32,5 | | " |
| | | 7 A | | | | 30,3 | | 41,2 | | 36,6 | | |
| | | | | | | 30,8 | | 41,8 | | 37,2 | | travée |
| | | 7 B | | | | 30,8 | | 41,0 | | 37,2 | | " |
| | 8 | | CRENELE | 8 | 50,3 | 59,3 | | 89,0 | | 24,5 | | 1er lit |
| | | | | | | 58,5 | | 87,0 | | 22,0 | | " |
| | | | | | | 61,6 | | 94,8 | | 19,3 | | " |
| | | | | | | 62,8 | | 96,0 | | 19,3 | | 2èmelit |
| | | | | | | 62,5 | | 95,0 | | 18,4 | | " |
| | | | | | | 50,5 | | 75,1 | | 22,8 | | " |
| | | | | | | 57,3 | | 80,1 | | 23,7 | | Chapeaux |
| | | | | | | 59,7 | | 90,8 | | 22,8 | | " |
| | | | | | | | 55,85 | | 83,40 | | 21,66 | |
| | | | | | | 55,6 | | 80,3 | | 26,3 | | |
| | | 8 A | | | | 53,3 | | 77,2 | | 22,8 | | |
| | | | | | | 49,7 | | 74,4 | | 15,7 | | travée |
| | | | | | | 48,5 | | 76,4 | | 22,8 | | " |
| | | 8 B | | | | 51,3 | | 73,5 | | 21,9 | | appui |
| | | | | | | 51,3 | | 78,0 | | 21,0 | | " |
| | | | TOR 40 | 8 | 50,3 | 54,5 | | 64,0 | | 16,6 | | 1er lit |
| | | | | | | 53,7 | | 64,0 | | 17,5 | | " |
| | | | | | | 53,0 | | 62,8 | | 15,7 | | " |
| | | | | | | 51,5 | | 62,8 | | 18,4 | | 2ème lit |
| | | | | | | 53,0 | | 64,0 | | 18,4 | | " |
| | | | | | | 54,5 | | 64,0 | | 15,7 | | " |
| | | | | | | 54,0 | | 63,2 | | 15,7 | | Chapeaux |
| | | | | | | 53,3 | | 63,2 | | 17,5 | | " |
| | | | | | | | 53,56 | | 63,40 | | 16,67 | |
| | | | | | | 54,2 | | 63,2 | | 15,7 | | " |
| | | 9 A | | | | 54,2 | | 64,0 | | 17,5 | | |
| | | | | | | 53,7 | | 63,2 | | 16,6 | | |
| | | | | | | 52,7 | | 62,8 | | 17,5 | | travée |
| | | 9 B | | | | 53,0 | | 62,5 | | 14,9 | | " |
| | | | | | | 54,5 | | 64,0 | | 15,7 | | appui |

# Tableau N° 3-4

## (Suite 1)

| SERIE | DALLE N° | Poutre N° | TYPE D'ACIER | DIAMETRE (mm) | SECTION (mm 2) | LIMITE D'ELASTICITE kg/mm2 | | RESISTANCE A LA TRACTION (kg/mm2) | | ALLONGEMENT DE RUPTURE % | | OBSERVATION |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | Individ. | Moyenne | Individ. | Moyenne | Individ. | Moyenne | |
| QUATRIEME | 10 | | DOUX Lisse | 12 | 113 | 27,6 | | 41,2 | | 38,4 | | 1er lit |
| | | | | | | 28,0 | | 42,0 | | 37,2 | | " |
| | | | | | | 28,5 | | 42,3 | | 37,2 | | " |
| | | | | | | 27,6 | | 40,7 | | 34,9 | | 2ème lit |
| | | | | | | 27,8 | | 40,5 | | 37,2 | | " |
| | | | | | | 27,4 | | 40,0 | | 38,4 | | " |
| | | | | | | 28,1 | 28,02 | 42,0 | 41,55 | 33,7 | 36,92 | Chapeaux |
| | | | | | | 29,2 | | 42,7 | | 37,2 | | " |
| | | 10 A | | | | - | | - | | - | | |
| | | 10 B | | | | 27,6 | | 42,0 | | 37,8 | | travée |
| | | | | | | 28,4 | | 42,1 | | 37,2 | | " |
| | 11 | | CRENELE | 8 | 50,3 | 49,3 | | 75,5 | | 25,8 | | 1er lit |
| | | | | | | 49,7 | | 73,8 | | 24,8 | | " |
| | | | | | | 50,1 | | 72,6 | | 19,3 | | " |
| | | | | | | 49,3 | | 73,6 | | 19,3 | | 2ème lit |
| | | | | | | 48,7 | | 75,9 | | 18,4 | | " |
| | | | | | | 50,1 | | 75,5 | | 21,1 | | " |
| | | | | | | 45,3 | 50,46 | 72,8 | 75,93 | 17,5 | 21,23 | " |
| | | | | | | 58,7 | | 88,2 | | 19,3 | | Chapeaux |
| | | | | | | 48,2 | | 73,1 | | 27,8 | | " |
| | | 11 A | | | | 56,4 | | 85,9 | | 21,1 | | |
| | | 11 B | | | | 48,5 | | 72,3 | | 19,3 | | travée |
| | | | | | | 47,2 | | 71,9 | | 21,1 | | " |
| | 12 | | TOR 40 | 8 | 50,3 | 56,6 | | 64,5 | | 18,4 | | 1er lit |
| | | | | | | 56,2 | | 64,4 | | 19,3 | | " |
| | | | | | | 55,0 | | 64,9 | | 17,5 | | " |
| | | | | | | 53,6 | | 63,6 | | 21,1 | | 2ème lit |
| | | | | | | 54,2 | | 64,2 | | 19,3 | | " |
| | | | | | | 54,7 | | 64,6 | | 21,1 | | " |
| | | | | | | 53,5 | 56,05 | 63,6 | 64,16 | 17,5 | 19,05 | chapeaux |
| | | | | | | 55,6 | | 64,4 | | 19,3 | | " |
| | | 12 A | | | | 56,6 | | 64,4 | | 17,5 | | " |
| | | 12 B | | | | 58,7 | | 62,8 | | 19,3 | | travée |
| | | | | | | 61,9 | | 64,4 | | 19,3 | | " |

# Tableau N° 3-4

## (Suite 2)

| SERIE | DALLE N° | POUTRE N° | TYPE D'ACIER | DIAMETRE (mm) | SECTION (mm2) | LIMITE D'ELASTICITE kg/mm2 | | RESISTANCE A LA TRACTION Kg/mm2 | | ALLONGEMENT DE RUPTURE % | | OBSERVATION |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | Individ. | Moyenne | Individ. | Moyenne | Individ. | Moyenne | |
| QUATRIEME | 13 | | DOUX LISSE | 8 | 50,3 | 31,4 | | 42,5 | | 29,8 | | 1er lit |
| | | | | " | " | 33,8 | | 45,1 | | 34,2 | | " |
| | | | | " | " | 32,8 | | 43,7 | | 33,3 | | " |
| | | | | " | " | 32,6 | | 41,1 | | 31,6 | | " |
| | | | | " | " | 31,8 | | 42,5 | | 36,8 | | 2ème lit |
| | | | | " | " | 32,0 | | 43,3 | | 37,7 | | " |
| | | | | " | " | 31,8 | | 42,5 | | 36,8 | | " |
| | | | | " | " | 31,0 | 31,28 | 41,4 | 42,40 | 36,8 | 35,38 | " |
| | | | | 12 | 113 | 28,3 | | 41,8 | | 38,4 | | Chapeaux |
| | | | | " | " | 27,8 | | 41,6 | | 38,4 | | " |
| | | 13 A | | 8 | 50,3 | 30,6 | | 38,7 | | 33,3 | | |
| | | 13 B | | | | 30,4 | | 42,0 | | 38,6 | | travée |
| | | | | " | " | 32,8 | | 45,2 | | 34,2 | | travée |
| | 14 | | CRENELE | 8 | 50,3 | 56,8 | | 86,7 | | 19,3 | | 1er lit |
| | | | | | | 54,1 | | 80,6 | | 19,3 | | " |
| | | | | | | 60,0 | | 84,7 | | 21,1 | | " |
| | | | | | | 56,7 | | 86,7 | | 21,1 | | 2ème lit |
| | | | | | | 54,7 | | 81,1 | | 21,1 | | " |
| | | | | | | 58,6 | | 86,5 | | 22,8 | | " |
| | | | | | | 56,7 | | 81,1 | | 21,1 | | " |
| | | | | | | 59,3 | 56,93 | 86,3 | 84,63 | 22,8 | 20,94 | Chapeaux |
| | | | | | | 55,3 | | 83,5 | | 21,1 | | " |
| | | 14 A | | | | 57,2 | | 86,3 | | 19,9 | | |
| | | 14 B | | | | 57,7 | | 86,3 | | 21,1 | | travée |
| | | | | | | 56,0 | | 85,8 | | 21,1 | | " |
| | | | TOR 40 | 8 | 50,3 | 57,7 | | 64,0 | | 17,5 | | 1er lit |
| | | | | | | 57,7 | | 64,0 | | 15,8 | | " |
| | | | | | | 58,8 | | 63,7 | | 15,8 | | " |
| | | | | | | 58,7 | | 64,3 | | 19,3 | | 2ème lit |
| | | | | | | 57,7 | | 64,0 | | 17,5 | | " |
| | | | | | | 56,7 | | 62,8 | | 15,8 | | " |
| | | | | | | 57,2 | | 63,7 | | 17,5 | | " |
| | | | | | | 56,3 | 57,50 | 63,2 | 63,76 | 17,5 | 16,87 | Chapeaux |
| | | | | | | 57,5 | | 63,7 | | 15,8 | | " |
| | | 15 A | | | | 58,0 | | 64,0 | | 17,5 | | |
| | | 15 B | | | | 58,0 | | 64,0 | | 14,9 | | travée |
| | | | | | | 57,7 | | 63,7 | | 17,5 | | travée |

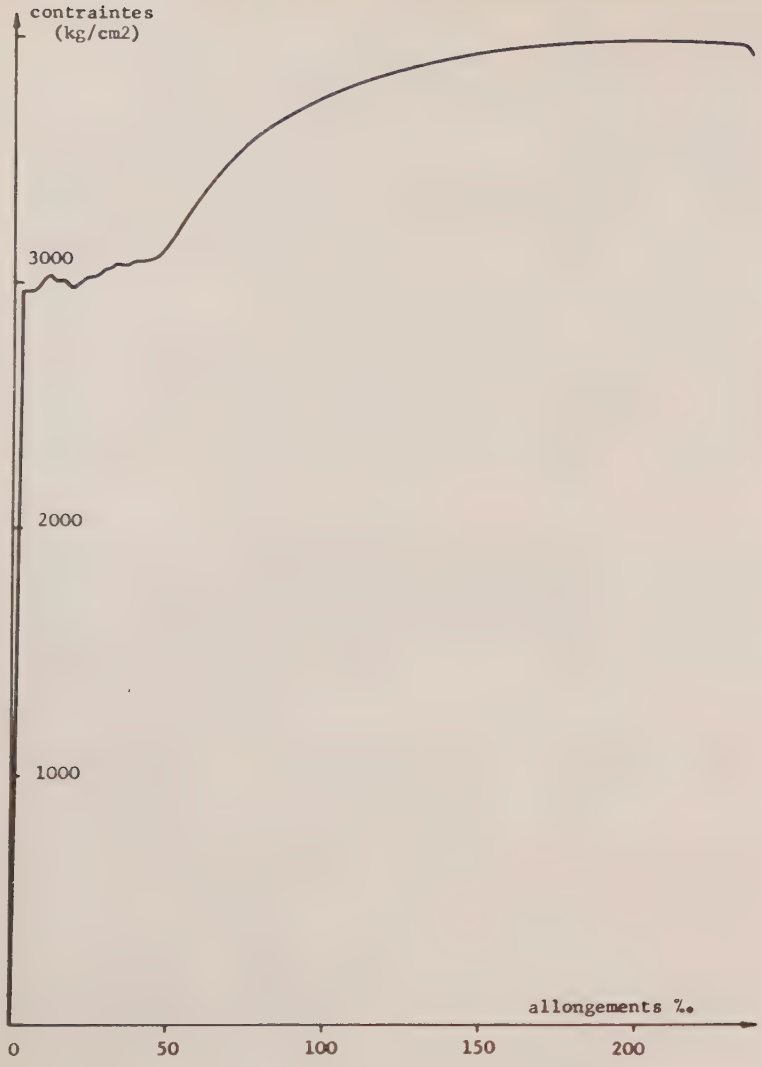



Diagramme contrainte/ allongement de l'acier doux (dalle n° 7, spécimen n° 1c, $\varphi$ = 12 mm)

Fig n° III - 2

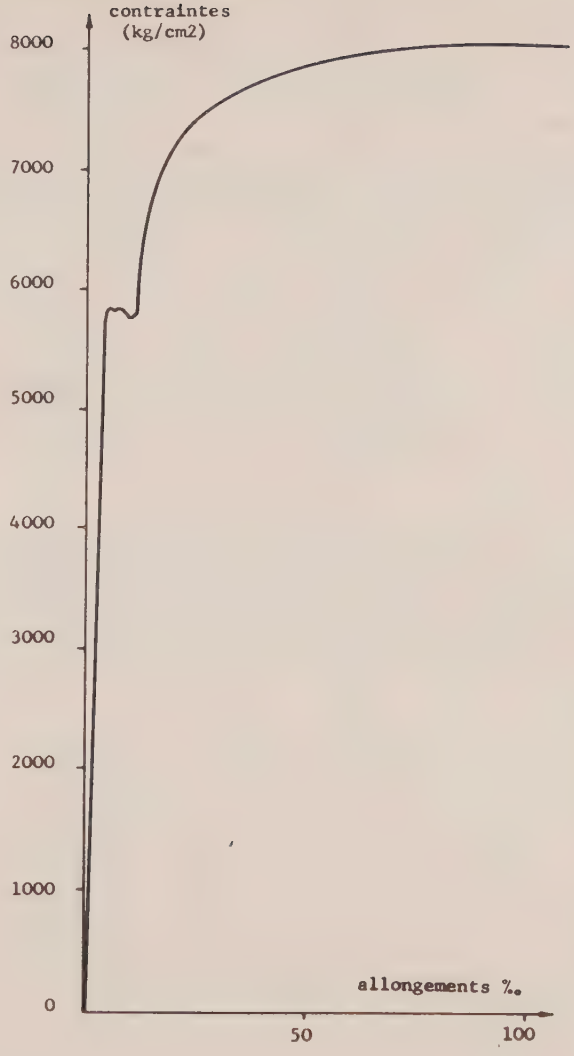



Diagramme contrainte/allongement de l'acier crénelé (dalle n° 14 spécimen n° 5T, $\varphi$ = 8 mm)

Fig. n° III - 3

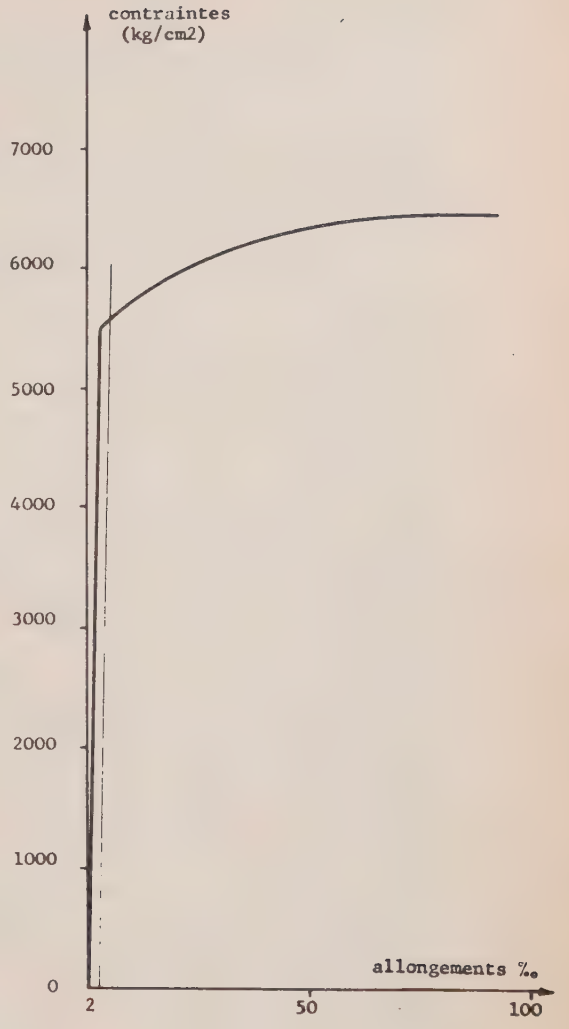



Diagramme contrainte/allongement de l'acier TOR 40 (dalle n° 12, spécimen n° 2c, $\varphi$ = 8 mm).

Fig. n° III - 4

## 3.3. - Machine d'essai

Une machine d'essai spéciale, destinée à l'exécution de ce programme d'essai, avait été construite à l'extrêmité de l'aire de fabrication des dalles fig. n° III - 5.

Les dalles et les poutres-dalles continues ont été essayées sur cette machine, tandis que les poutres-dalles simples ont été essayées sur une autre machine construite pour les essais de poutres simples.

### 3.31 - Système de mise en charge

La machine d'essai était équipée de deux vérins actionnés par une seule pompe et pouvant développer chacun 50 tonnes.

L'effort développé par chaque vérin était réparti aux sommets d'un carré de 125 cm de côté, à l'aide d'une pièce métallique en forme de "H" formant sensiblement double palonnier qui prenait appui sur la dalle par quatre appareils composés chacun d'une plaque d'acier, d'une feuille de néoprène et d'une cuvette à bille, comme il est montré à la fig. n° III-6.

Ces dispositifs qui répartissaient la charge sur une surface de $a_o \times a_o$ ($a_o$ = 10 cm pour la dalle n° 7, $a_o$ = 15 cm pour la dalle n° 8 et $a_o$ = 20 cm pour les autres) n'offraient qu'une faible résistance aux efforts s'exerçant parallèlement au plan de la dalle et leur utilisation avait pour effet de permettre les déformations de la pièce en "H" servant à la répartition des charges et ainsi de lui permettre de fonctionner convenablement en palonnier.

Pour les essais de poutres-dalles, l'effort exercé par le vérin était appliqué à la poutre en deux charges égales, en deux points distants de 125 cm à l'aide d'un palonnier. Chaque charge concentrée était répartie sur une surface de 10×15 cm. Fig. n° III-7.

### 3.32 - Dispositif d'appui des dalles

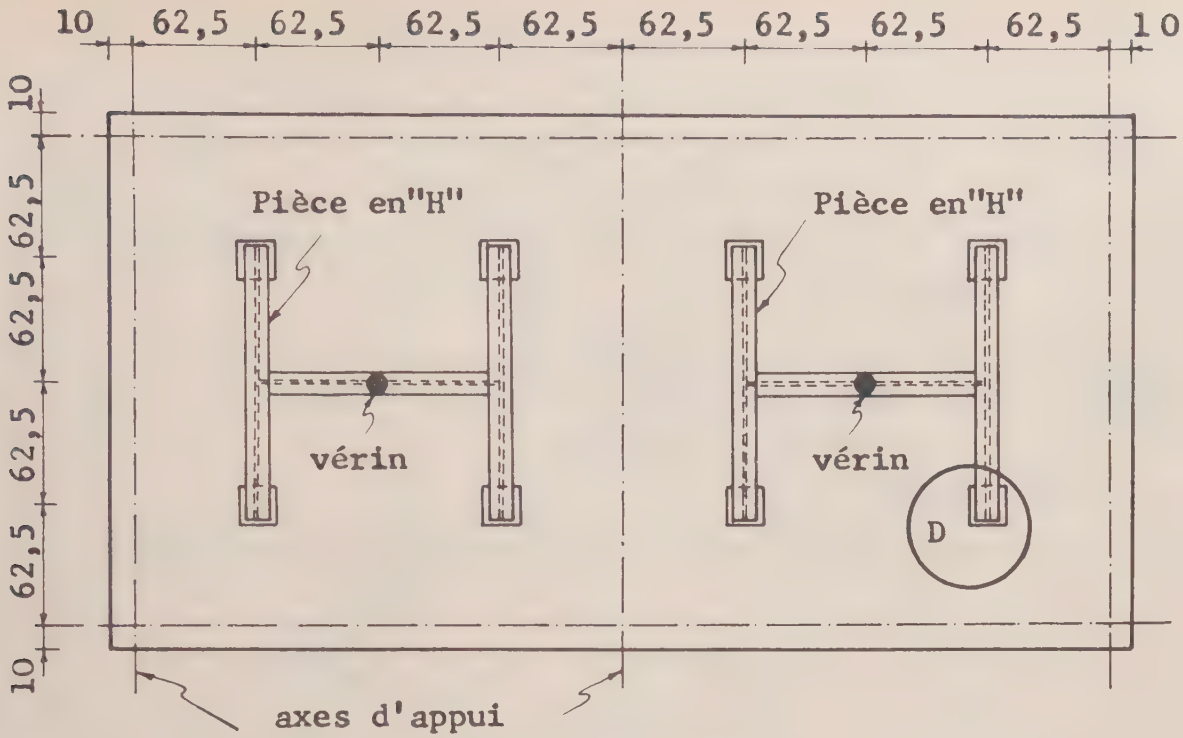
Les dalles essayées étaient appuyées à une distance de 10 cm de la périphérie. La coupe de l'appui est représentée à la figure n° III-8.

Les dalles reposaient sur une succession de plaquettes en acier, par l'intermédiaire d'un joint de mortier, et sur une barre cylindrique de 50 mm de diamètre, formant rouleau. Cette barre était logée dans un fer "U" de 70 mm muni de vis disposées dans un plan horizontal. Ces vis permettaient de régler la position de la tige et de la maintenir pendant les opérations de mise en place de la dalle. Le fer "U" était supporté par une poutre en "I" reposant sur une base qui pouvait être considérée comme parfaitement rigide.

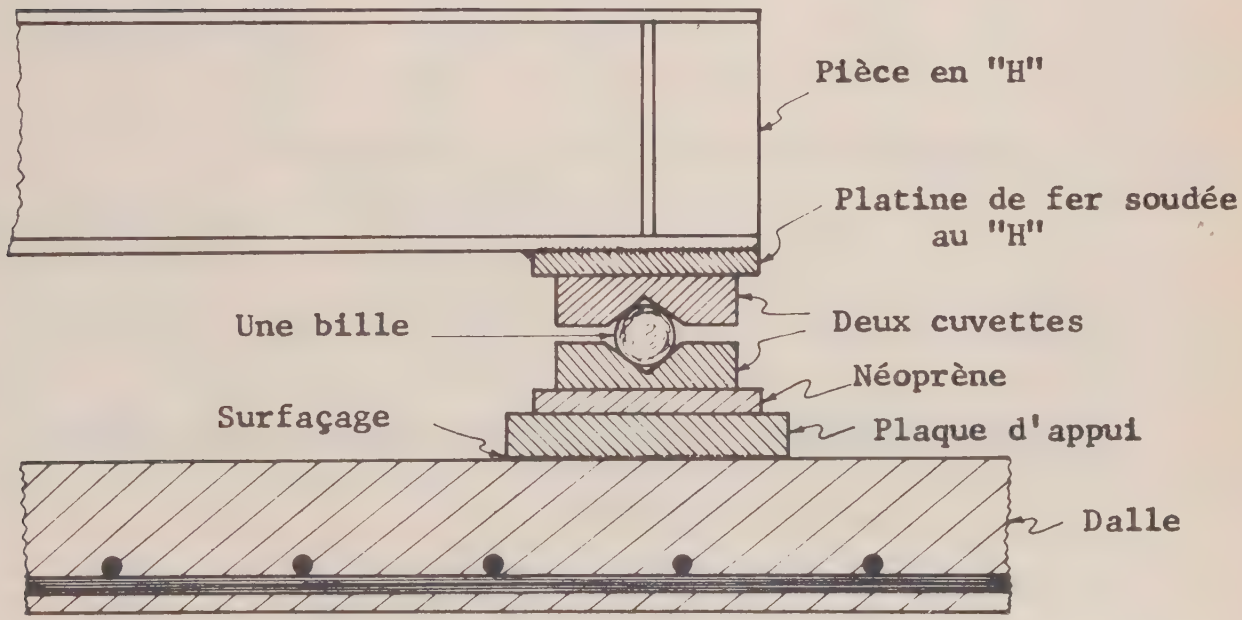
Le joint de mortier de 1 cm environ d'épaisseur était destiné à compenser les irrégularités de fabrication de la pièce. Le mortier était frais au moment de la pose de la dalle sur ses appuis.

Fig. N° III-5 : MACHINE D'ESSAIS DES DALLES

VUE D'ENSEMBLE



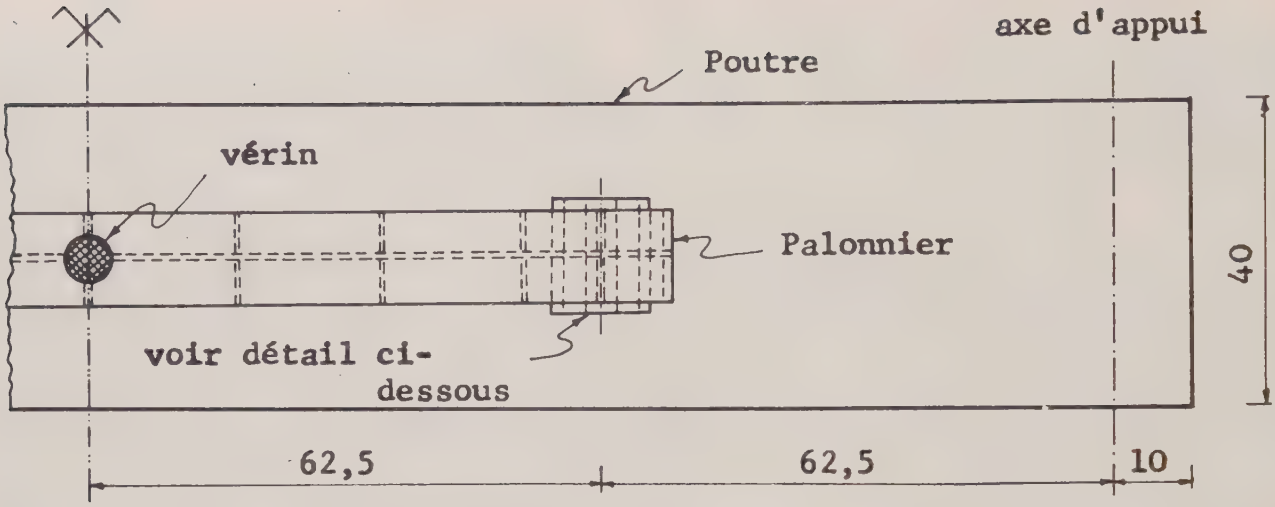

MODE DE CHARGEMENT

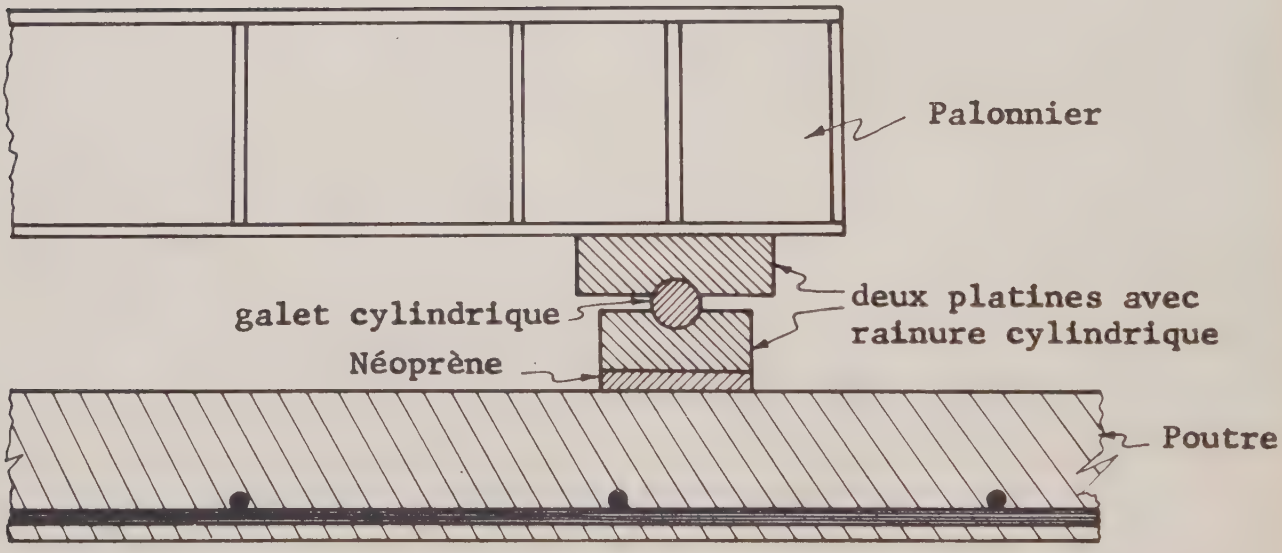



DETAIL "D"

DISPOSITIF D'APPLICATION DE CHAQUE CHARGE CONCENTREE

Fig. n° III - 6

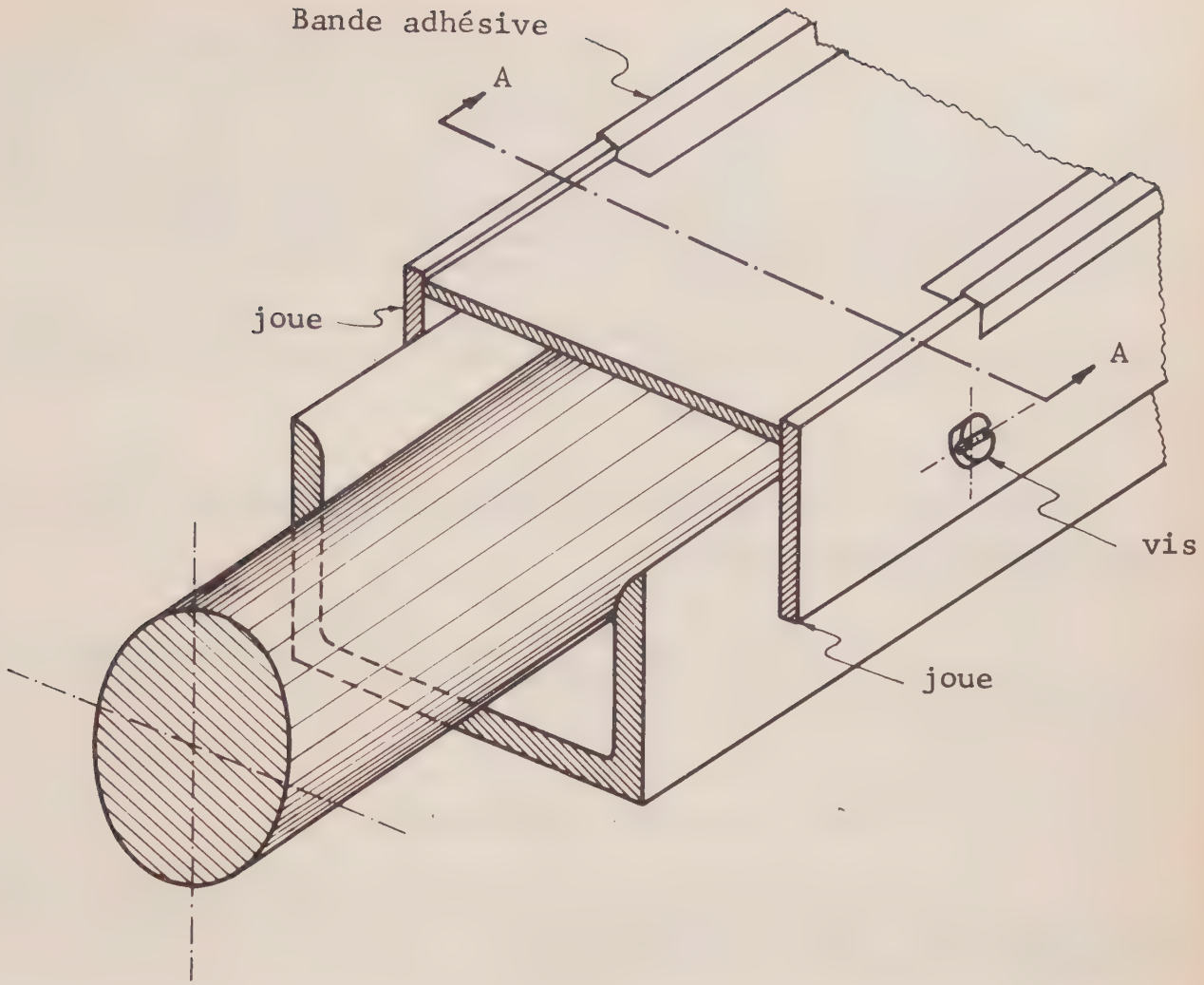


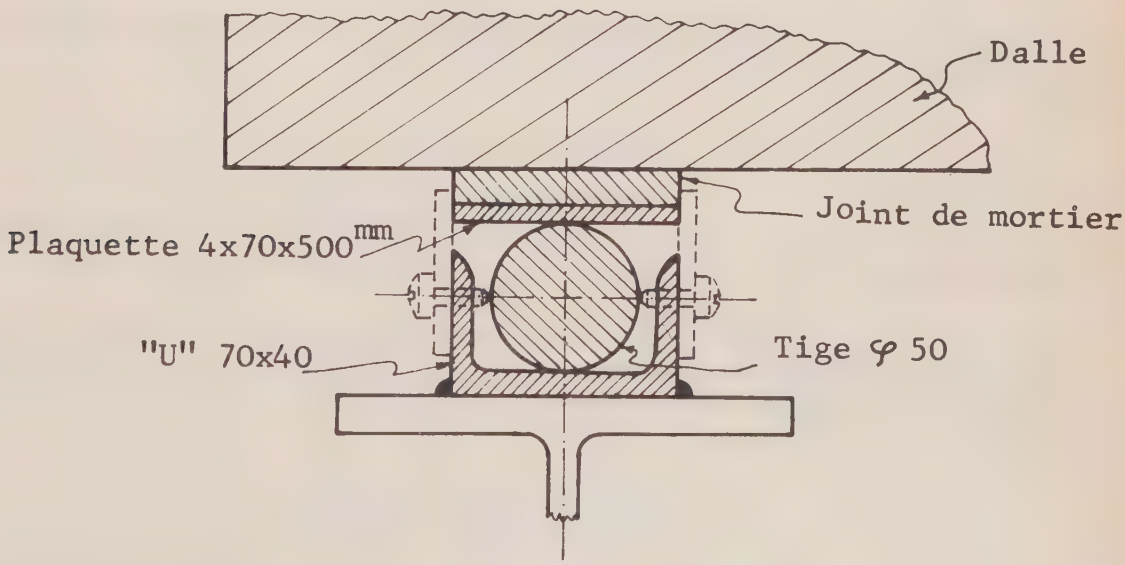




DETAIL

DISPOSITIF D'APPLICATION DE LA CHARGE SUR LA POUTRE

Fig. n° III - 7




COUPE "AA"

DISPOSITIF D'APPUI

Fig. n° III-8

Les plaquettes de 4 mm d'épaisseur, 70 mm de largeur et 500 mm de longueur étaient maintenues provisoirement pendant la pose de la dalle, par deux joues latérales et des bandes de forte toile adhésive recouvrant les joints. L'épaisseur de ces plaquettes avait été choisie telle que, sous le seul poids propre de la dalle, elles soient assez flexibles pour entrer en contact avec la tige cylindrique sur toute leur longueur. Celle-ci avait été limitée à 50 cm : un plat continu avait paru susceptible d'introduire quelque perturbztion dans l'essai. Notons que les vis de maintien du rouleau et les joues étaient retirées avant l'sssai.

Avec une telle disposition d'appui, les parties périphériques de la dalle pouvaient simultanément pivoter, se soulever et se déplacer librement dans leur plan.

## 3.4 - Mesures, appareils de mesure.

Au cours des essais, on a mesuré les charges appliquées, les flèches et les déformations, en portant une attention particulière à l'apparition, à la propagation et à l'ouverture des fissures.

### 3.41 - Mesures des charges appliquées

Pour les dalles, la charge développée par chaque vérin a été mesurée à l'aide d'un anneau dynamométrique dont la déformation était connue par l'intermédiaire de comparateurs au 1/100ème de mm.

Les charges appliquées sur les poutres-dalles ont été mesurées au moyen d'un dynamomètre à jauges à résistance.

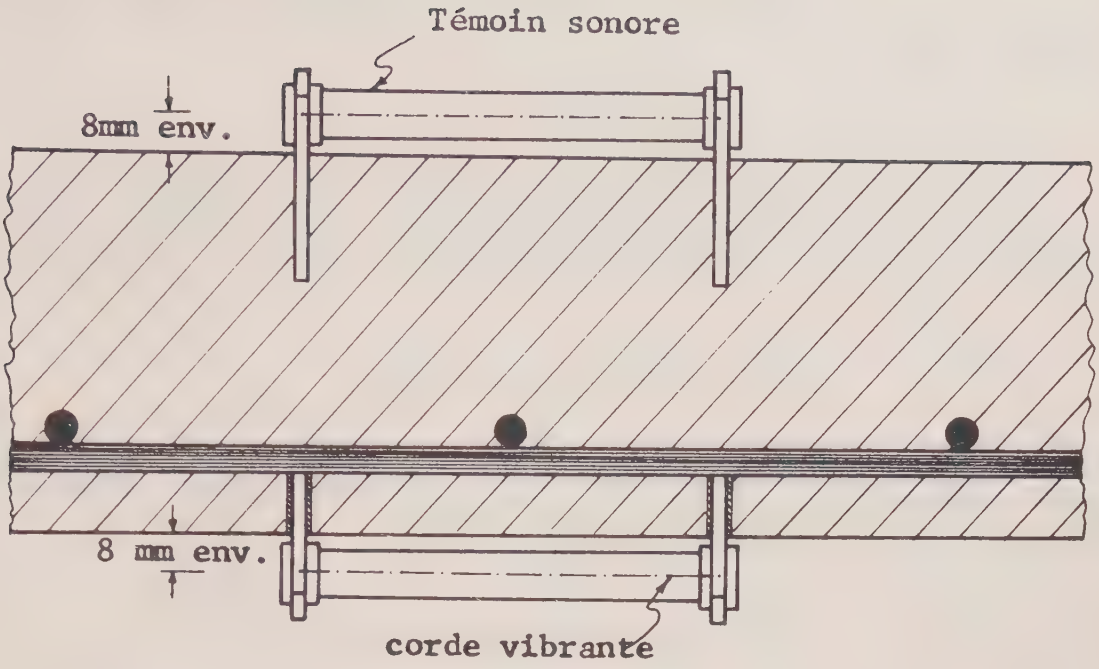
### 3.42 - Mesures des flèches

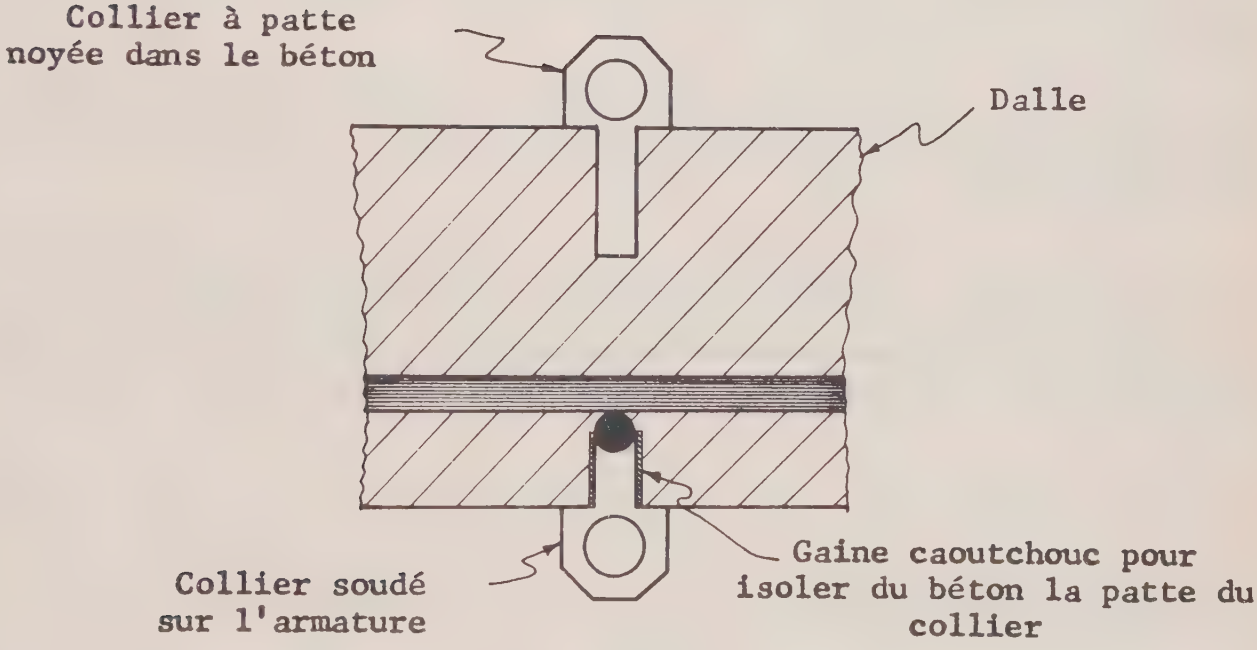
Les flèches ont été mesurées au moyen de comparateurs au 1/100ème de mm qui étaient solidaires de la machine d'essai.

Pour éliminer les erreurs dues aux aspérités de la surface des dalles et poutres-dalles essayées, on a pris la précaution de coller des plaquettes en métal sur le béton sous la pointe des comparateurs.

### 3.43 - Mesures des déformations

Les déformations du béton comprimé et des armatures tendues ont été mesurées au moyen de cordes vibrantes; les témoins sonores ayant été fixés sur des colliers. Les colliers ont été noyés dans le béton au moment du bétonnage pour la mesure des raccourcissements du béton, ou soudés sur les armatures pour la mesure des allongements de l'acier.
Fig. n° III-9.




FIXATION DES COLLIERS DES TEMOINS SONORES

Fig. n° III - 9

Les fréquences des cordes ont été enregistrées. La chaîne de mesure comportait un fréquencemètre "ROCHAR" un transcripteur "ROCHAR" et une machine imprimante "ADDO" .

3.44 - Rotations

Sur les poutres-dalles continues les rotations des sections ont été mesurées à l'aide de clinomètres, appareils basés sur le principe des cordes vibrantes. La chaîne d'enregistrement étant la même que pour les témoins sonores.

3.45 - Ouverture des fissures

L'ouverture des fissures principales a été mesurée selon une direction perpendiculaire à celle de la fissure elle-même, grâce à un oculaire micrométrique gradué en 1/20 mm et de grossissement 28.

3.46 - Disposition des instruments de mesure

Les comparateurs étaient disposés aux intersections d'un quadrillage de 50 cm de côté, tracé sur la sous-face de la dalle, ainsi qu'aux verticales des coins de la dalle, à la partie supérieure afin de mesurer le soulèvement des angles.

Dans la mesure du possible, les témoins sonores ont été disposés en regard sur les deux faces, cela afin d'avoir des résultats comparables, c'est-à-dire de mesurer les allongements des aciers au même point, où on mesure le raccourcissement du béton.

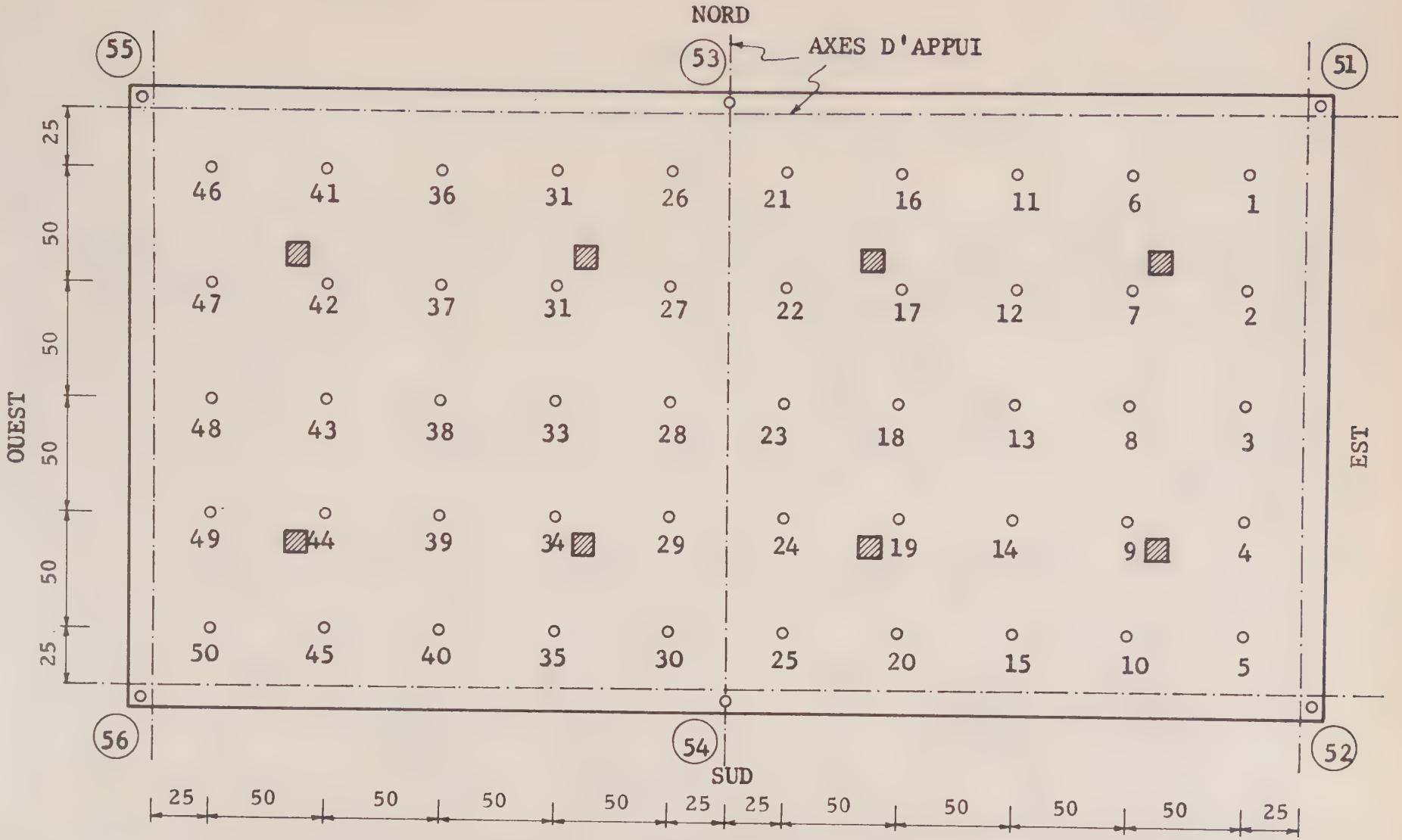
A titre d'exemple, la disposition de tous les appareils de mesure, pour la dalle n° 7 et les poutres-dalles correspondantes est donnée aux figures n° III-10 à III-13. Sur ces figures, les numéros des comparateurs se trouvant sur la face supérieure des éléments essayés sont entourés d'un cercle. Les cotes sont données en cm. Les conventions de dessin concernant les témoins sonores sont les suivantes :

Couple de T.S. T.S. face supérieure T.S. face inférieure

3.5 - Déroulement des essais.

3.51 - Zéro initial

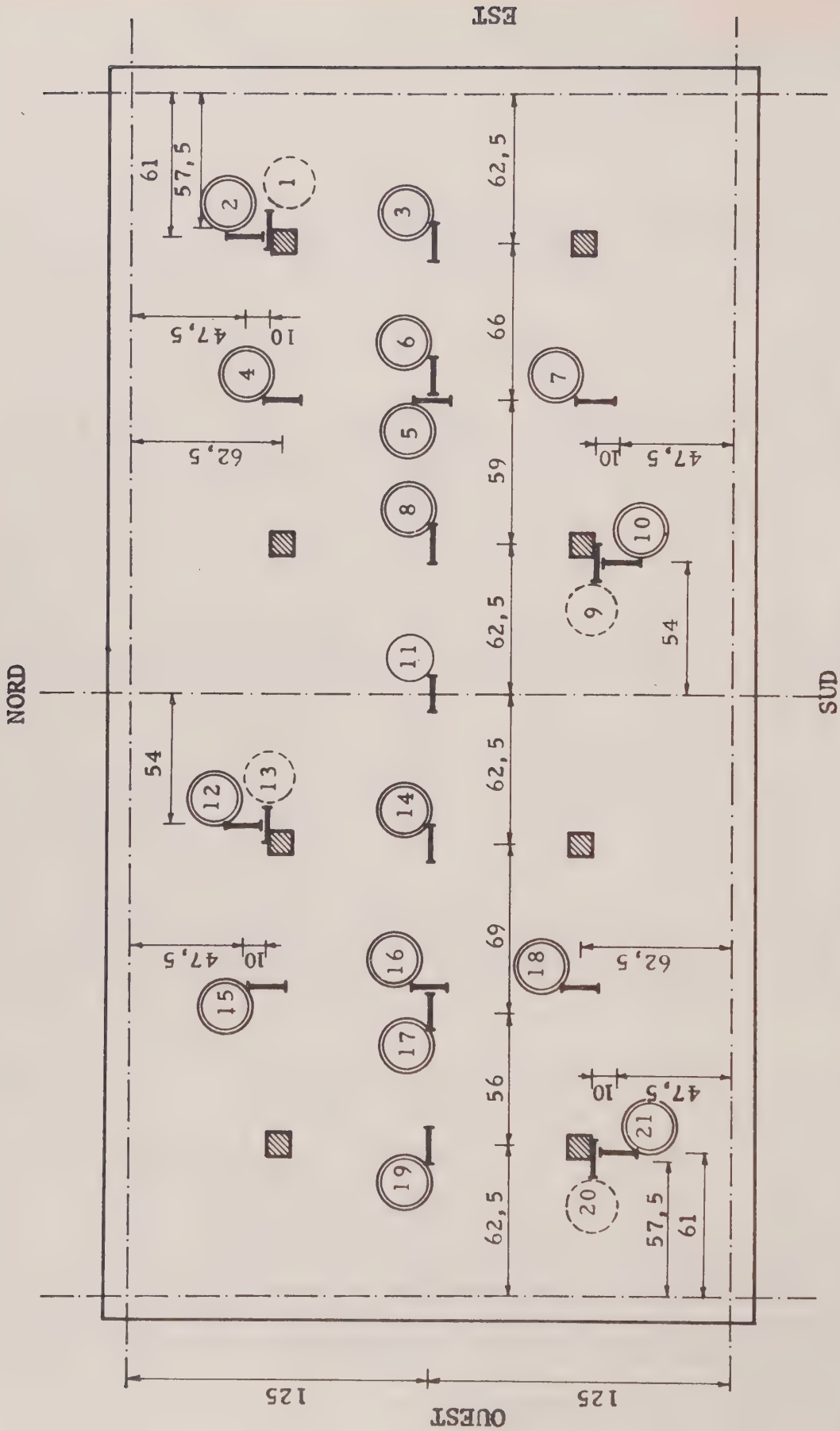
L'essai proprement dit commence par une lecture de tous les appareils de mesure pour un effort zéro aux vérins. Cette lecture constitue la référence des mesures ultérieures, c'est-à-dire qu'on la considère comme le zéro initial. Rappelons qu'à ce moment la dalle supporte déjà son poids propre et le poids de la pièce en "H" qui répartit les charges. Il en est de même pour les poutres de référence 7A et 8A.




DALLE N° 7 , DISPOSITION DES COMPARATEURS

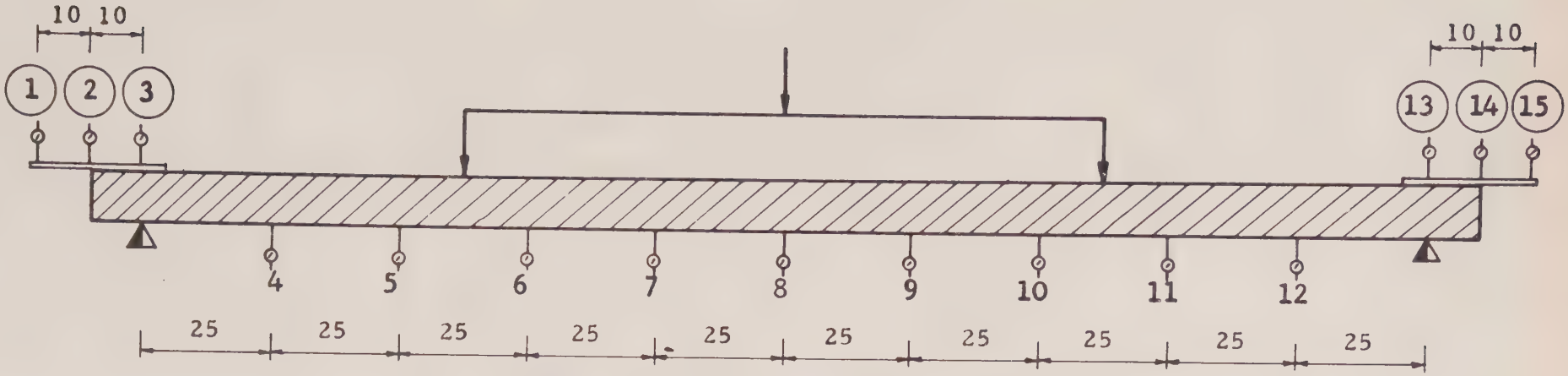
(numérotation valable pour
toutes les dalles)

Fig. n° III - 10

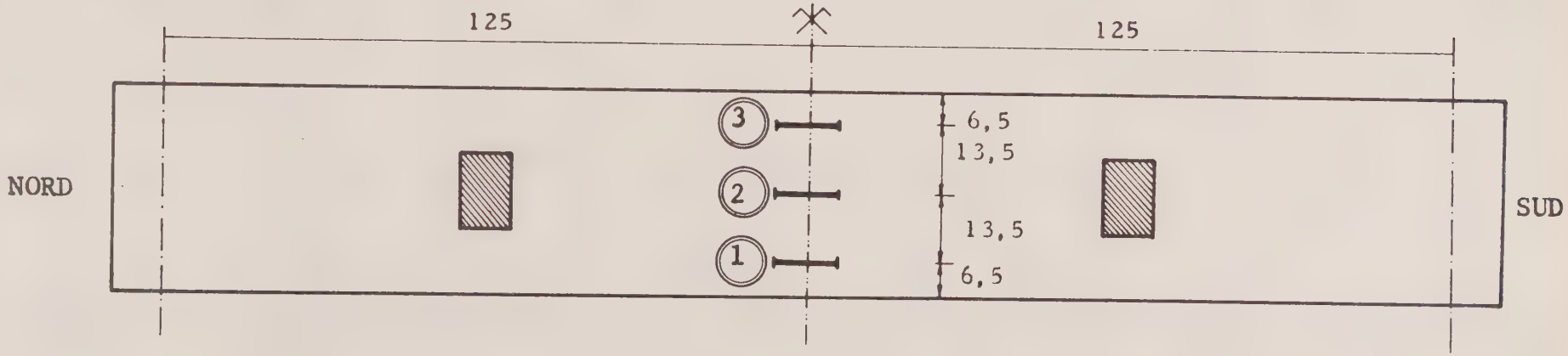



DALLE N° 7, DISPOSITION DES TEMOINS SONORES

Fig. N° III - 11

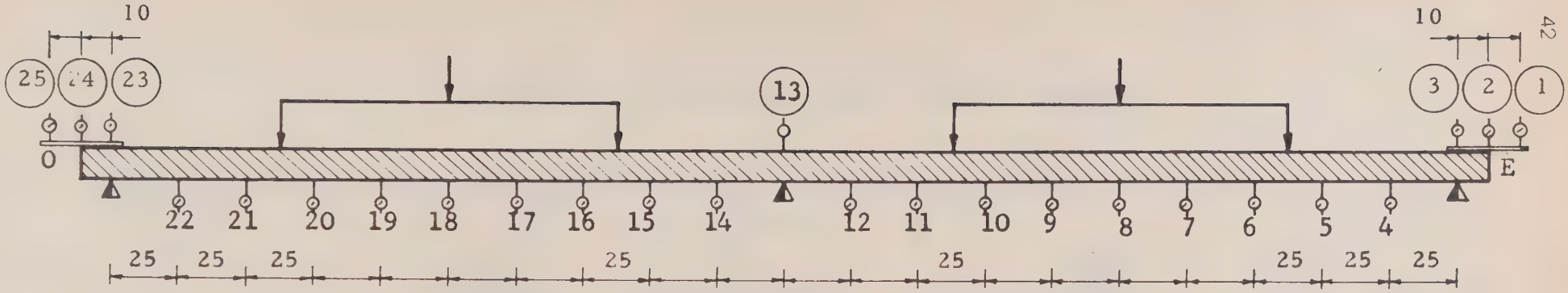



POUTRE 7 A, DISPOSITION DES COMPARATEURS

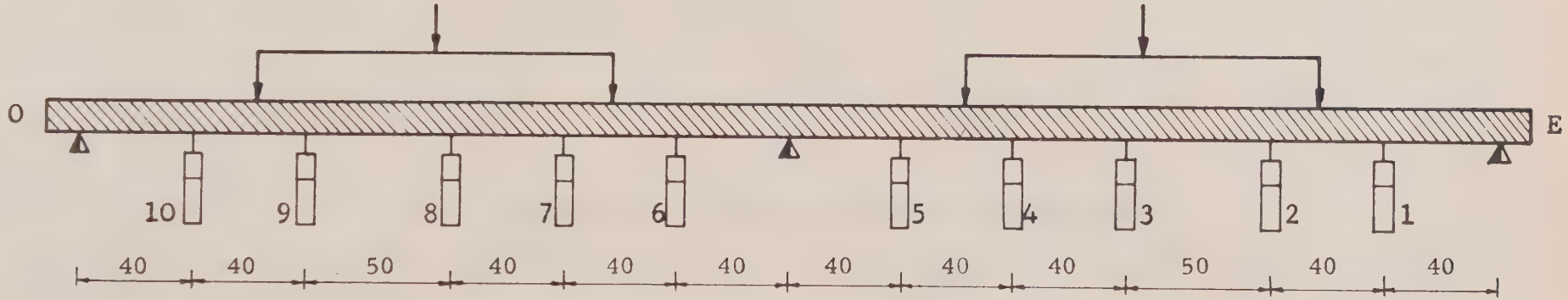



POUTRE 7 A, DISPOSITION DES TEMOINS SONORES

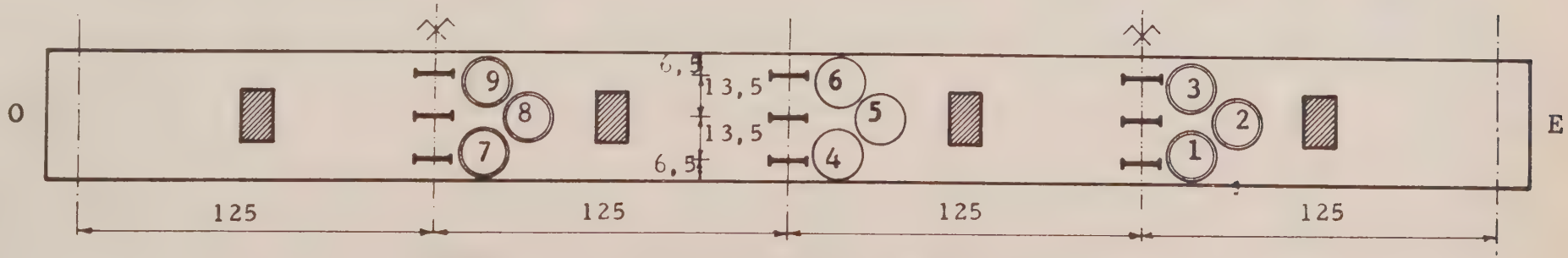
Fig. n° III - 12




POUTRE 7B , DISPOSITION DES COMPARATEURS




POUTRE 7 B, DISPOSITION DES CLINOMETRES




POUTRE 7 B, DISPOSITION DES TEMOINS SONORES

Fig. n° III - 13

Pour les autres poutres-dalles la première lecture correspond à l'état de celles-ci supportant seulement leur poids propre. Dans ce cas, le poids du palonnier constitue la charge n° 1, et c'est l'état de l'élément essayé sous cette charge qui est considéré comme l'état de référence.

### 3.52 - Mise en charge

La lecture initiale effectuée, on commence à charger l'élément soumis à l'essai. La mise en charge se déroule par étapes successives. Entre chaque étape, la charge au vérin est ramenée à zéro, la dalle ou la poutre-dalle ne supportant plus que son poids propre et le poids de la pièce de répartition des charges.

Une lecture de tous les appareils de mesure s'effectue immédiatement après chaque chargement, ainsi qu'aussitôt après déchargement.

Après chaque mise en charge, on examine attentivement toutes les faces de la dalle et on souligne, s'il y a lieu, les fissures apparues d'un trait de couleur différant avec les étapes de chargement. Cela pour pouvoir étudier l'apparition et la progression de la fissuration. Dès que l'ouverture des fissures devient notable, une mesure de celles-ci se fait après chaque chargement. Afin de rendre plus commode la recherche des fissures, les faces inférieures et supérieures ainsi que les faces latérales des dalles et des poutres de référence avaient été préalablement peintes au "Blanc de Meudon".

La succession du chargement et du déchargement se continue jusqu'à ce que l'élément soumis à l'essai prenne des déformations importantes et que certains appareils de mesure atteignent le bout de leur course. A ce moment, on règle de nouveau les dits appareils (décalage) et on continue à charger par paliers sans revenir à zéro.

Au voisinage de la rupture, on enlève tous les instruments de mesure et l'on charge jusqu'à l'obtention de la rupture complète.

Après rupture, on relève le tracé des fissures sur calque. Ensuite, aux intersections du quadrillage définissant la position des comparateurs et aux plusieurs points arbitrairement choisis le long des lignes charnières, on dégarnit les aciers au moyen d'un marteau piqueur, et on mesure l'épaisseur d'enrobage du premier lit.

NOTA : D'une façon générale, chaque essai a demandé une journée. La dalle ou la poutre-dalle d'essai étant déchargée pendant l'interruption de midi, deux lectures de zéro sont effectuées, l'une avant l'autre après le déjeuner.

# 4.- R E S U L T A T S  D E S  E S S A I S

## 4.1 - Etapes de chargement.

Les efforts développés par les vérins et les observations faites au cours des essais sont donnés dans les tableaux n° 4-1 à 4-9 pour les dalles. Dans ces tableaux, nous avons souligné d'un trait les charges considérées comme charges de rupture et pour les croquis nous avons adopté les conventions de dessin suivantes :

appui central

point d'application d'une charge concentrée

fissure à la face inférieure

fissure à la face supérieure

épaufrement

poinçonnement

Deux tableaux récapitulatifs n° 4-10 et 4-11 donnent les efforts développés par les vérins à l'instant de la rupture pour les poutres-dalles de référence.

## 4.2 - Flèches et déformations.

Les lectures faites au cours des essais sont notées sur des feuilles spéciales. Ces lectures nous permettent de calculer les flèches et les déformations correspondantes à chaque état de sollicitation des éléments essayés. Soient les lectures faites au cours de l'essai :

| | Comparateur n° j | Témoin sonore N° k | Clinomètre n° l |
|---|---|---|---|
| Zéro initial | $C_{jo}$ | $t_{ko}$ | $r_{lo}$ |
| Chargement N° i | $C_{ji}$ | $t_{ki}$ | $r_{li}$ |
| Déchargement N° i | $C'_{ji}$ | $t'_{ki}$ | $r'_{li}$ |

Ayant ces valeurs, nous pouvons calculer sous la charge N° i pour le point de mesure j :

Flèche totale $(f_t)_{ji} = C_{ji} - C_{jo}$

Flèche élastique $(f_e)_{ji} = C_{ji} - C'_{ji}$

Flèche résiduelle $(f_r)_{ji} = C'_{ji} - C_{jo}$

NOTA :

a. Nous appelons "flèche élastique" la partie réversible de la flèche totale.

b. Les deux lectures successives du zéro avant et après déjeuner nous permettent de calculer la flèche due à l'élasticité différée :

$(f_d)_j$ = (Lecture de comparateur N° j faite après déjeuner) - (Lecture de comparateur N° j faite avant déjeuner)

c. Les flèches sont considérées comme positives vers le bas et comme négatives vers le haut.

De même pour les points de mesure k et l on trouve :

Allongement unitaire au niveau du T.S. $(\varepsilon)_{ki}$ ou Raccourcissement unitaire au niveau du T.S. $(\varepsilon')_{ki} = \alpha_k (t^2_{ki} - t^2_{ko})$

La rotation de section $(\theta)_{li} = \beta_l (r^2_{li} - r^2_{lo})$

Dans les expressions ci-dessus $\alpha$ et $\beta$ sont deux coefficients qui ont été déterminés expérimentalement.

Les résultats de calcul nous permettront d'établir :

- les graphiques donnant la flèche en fonction de la charge
- les graphiques de raccourcissement du béton et l'allongement des aciers en fonction de la charge
- les graphiques donnant les rotations des sections en fonction de la charge

Certains résultats de calcul sont donnés dans les tableaux suivants : Tableaux n° 4-12 à 4-15.

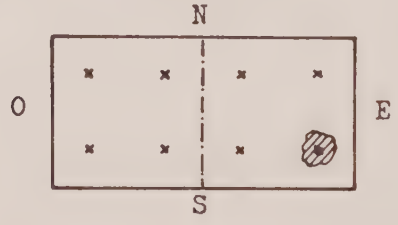
## 4.3 - Fissuration. Figures de rupture

Une série de dessins et les valeurs des ouvertures des fissures nous permettent d'étudier la progression de la fissuration et la configuration des lignes charnières. Nous nous contentons ici de donner les photographies de la face inférieure des dalles après rupture Fig N° IV-1 à IV-9.

## TABLEAU n° 4-1

## DALLE N° 7 . ETAPES DE CHARGEMENT

| N° | PANNEAU OUEST | PANNEAU EST | OBSERVATIONS |
|---|---|---|---|
| 1 | 2104 | 2000 | (Les charges sont données en kg) |
| 2 | 4519 | 4091 | |
| 3 | 6260 | 5584 | |
| 4 | 8312 | 7338 | Première fissure à la face supérieure, sur appui. |
| 5 | 10060 | 9610 | Première fissure à la face inférieure |
| 6 | 14821 | 14286 | |
| 7 | 20000 | 19351 | |
| 8 | 24643 | 24156 | |
| 9 | 29643 | 29351 | |
| 10 | 32381 | 32467 | On continue à charger sans revenir à zéro |
| 11 | 36309 | 36364 | On enlève les témoins sonores. |
| 12 | 37143 | 37922 | On enlève les comparateurs. Début d'épaufrement et de poinçonnement |
| 13 | 37857 | 38182 | Grande ouverture des fissures. Epaufrement et poinçonnement |




| | | | |
|---|---|---|---|
| 14 | 40476 | Bloqué | On charge le panneau OUEST le vérin du panneau EST étant bloqué |
| 15 | 41071 | - | Grande ouverture des fissures. Epaufrement et poinçonnement. |

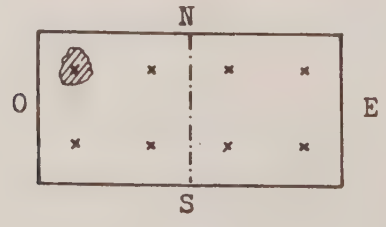
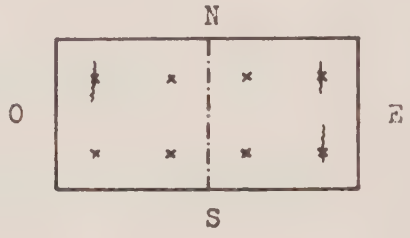


TABLEAU n° 4-2

DALLE N° 8 . ETAPES DE CHARGEMENT

| N° | PANNEAU OUEST | PANNEAU EST | OBSERVATIONS |
|---|---|---|---|
| 1 | 2110 | 2078 | (Les charges sont données en kg) |
| 2 | 3961 | 4058 | |
| 3 | 5974 | 6266 | |
| 4 | 7727 | 8214 | Première fissure à la face supérieure, sur appui |
| 5 | 9675 | 10097 | Premières fissures à la face inférieure, sous les charges extrèmes, (aux angles libres). |
| 6 | 14545 | 15065 | Fissures à la face inférieure, sous les charges près de l'appui continu |
| 7 | 19156 | 19870 | |
| 8 | 24351 | 25065 | |
| 9 | 29350 | 30000 | |
| 10 | 34415 | 35195 | |
| 11 | 38701 | 39380 | |
| 12 | 42208 | 42857 | |
| 13 | 45325 | 45325 | |
| 14 | 47532 | 47402 | Epaufrement du béton comprimé au voisinage de la cgarge Sud-Est. Poinçonnement sous cette charge |



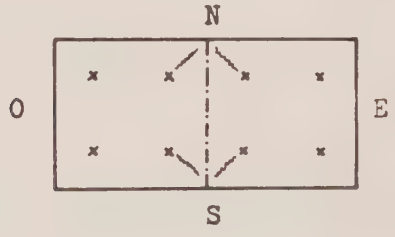
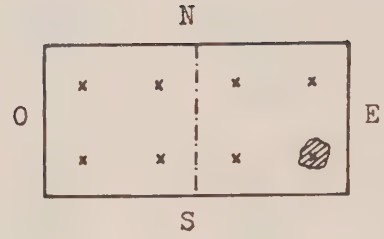
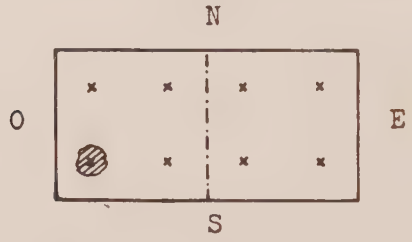



TABLEAU n° 4-2 (suite)



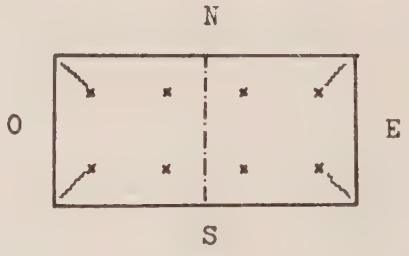

| | | | |
|---|---|---|---|
| 15 | 48052 | Bloqué | On charge le panneau OUEST le vérin du panneau EST étant bloqué.<br>Epaufrement du béton comprimé au voisinage de la charge Sud-Ouest.<br>Poinçonnement sous cette charge |



## TABLEAU n° 4-3

## DALLE N° 9 . ETAPES DE CHARGEMENT

| N° | PANNEAU OUEST | PANNEAU EST | OBSERVATIONS |
|---|---|---|---|
| 1 | 1039 | 1039 | (Les charges sont données en kg) |
| 2 | 2143 | 2195 | |
| 3 | 2883 | 3130 | |
| 4 | 3896 | 4302 | |
| 5 | 5013 | 5260 | |
| 6 | 6156 | 6623 | |
| 7 | 7143 | 7402 | |
| 8 | 8480 | 8441 | |
| 9 | 10000 | 9935 | |
| 10 | 11039 | 11039 | Première fissure à la face supérieure, sur appui. |
| 11 | 13117 | 12857 | Premières fissures à la face inférieure, sous les charges extrèmes (aux angles libres) |
| 12 | 15714 | 15714 | Fissures à la face inférieure sous les charges près de l'appui continu. |
| 13 | 19740 | 19740 | Sérieuse extension de la fissuration. |
| 14 | 24597 | 24610 | |
| 15 | 29221 | 29480 | |
| 16 | 34286 | 34610 | |
| 17 | 39091 | 39740 | |
| 18 | 43766 | 44286 | |



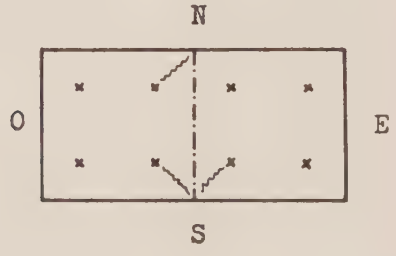



TABLEAU n° 4-3 (suite)

| | | | |
|---|---|---|---|
| 19 | 46493 | 47143 | Epaufrement du béton sur la face supérieure. |
| 20 | 48052 | 48701 | Grande ouverture des fissures. Poinçonnement. Pas d'épaufrement visible. |

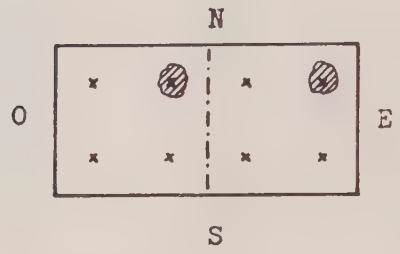
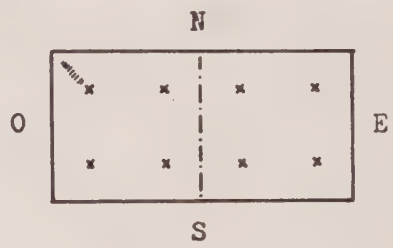
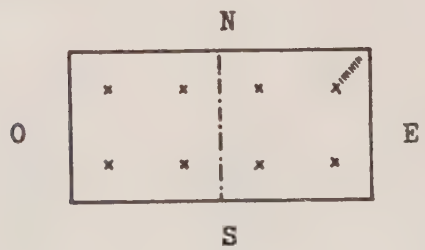


TABLEAU n° 4-4

DALLE N° 10 . ETAPES DE CHARGEMENT

| N° | PANNEAU OUEST | PANNEAU EST | OBSERVATIONS |
|---|---|---|---|
| 1 | 1169 | 1169 | (Les charges sont données en kg) |
| 2 | 3026 | 3000 | |
| 3 | 5013 | 5091 | |
| 4 | 7026 | 7091 | |
| 5 | 8961 | 9156 | Apparition des premières fissures |
| 6 | 11883 | 12273 | Développement de la fissuration (surtout panneau EST) |
| 7 | 15896 | 15974 | |
| 8 | 19870 | 19883 | |
| 9 | 24221 | 24285 | |
| 10 | 27792 | 27792 | |
| 11 | 31558 | 31688 | |
| 12 | 34415 | 35584 | |
| 13 | 38312 | 39610 | Grande ouverture de la fissure sur appui. |
| 14 | 40000 | 41818 | |
| 15 | 42857 | 45065 | Epaufrement du béton sur la face supérieure : |
| 16 | 44805 | 46623 | Epaufrement du béton sur la face supérieure : |
| 17 | 44026 | 46104 | La charge devient stable- Epaufrement et écrasement du béton, partout, surtout sur le panneau EST. |
| 18 | 44805 | 20000 | Panneau EST maintenu à 20000 Kg, on charge le panneau OUEST. Rupture par écrasement du béton |

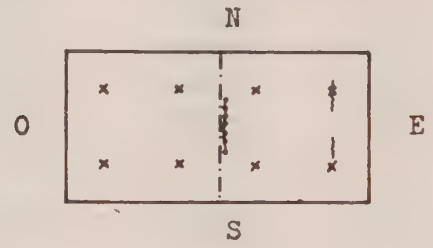


## TABLEAU n° 4-5

### DALLE N° 11 . ETAPES DE CHARGEMENT

| N° | PANNEAU OUEST | PANNEAU EST | OBSERVATIONS |
|---|---|---|---|
| 1 | 1000 | 1065 | (Les charges sont données en kg) |
| 2 | 2493 | 2675 | |
| 3 | 3987 | 4078 | |
| 4 | 5584 | 5610 | |
| 5 | 7078 | 7143 | |
| 6 | 8545 | 8831 | |
| 7 | 10156 | 9870 | Premières fissures à la face supérieure, sur appui et en travée EST sous les charges extérieures : |
| 8 | 12610 | 12597 | Fissuration du panneau OUEST. Développement de la fissuration sur appui et panneau EST |
| 9 | 15065 | 15195 | Fissuration importante |
| 10 | 17532 | 17701 | |
| 11 | 20779 | 19870 | |
| 12 | 22467 | 22792 | |
| 13 | 24935 | 25065 | |
| 14 | 27532 | 27532 | |
| 15 | 30000 | 30000 | |
| 16 | 32467 | 32208 | |
| 17 | 32727 | 34675 | |
| 18 | 33896 | 36234 | |
| 19 | 34805 | 37402 | Début d'épaufrement sur la face supérieure, sous la charge SUD-EST. |



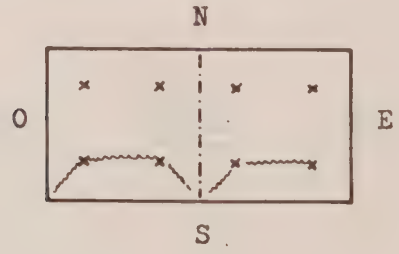
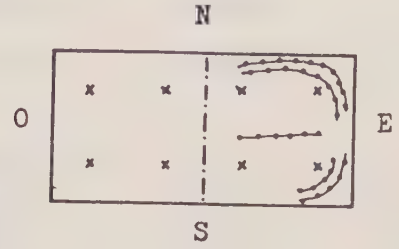
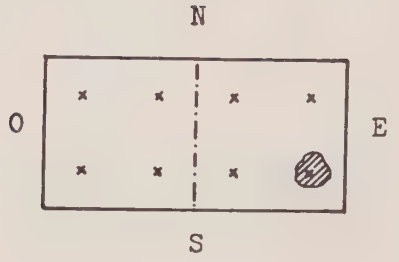



TABLEAU n° 4-5 (suite)

| | | | |
|---|---|---|---|
| 20 | 35714 | 38052 | Nouvelles fissures à la face supérieure (fissures circulaires + une fissure selon l'axe) |



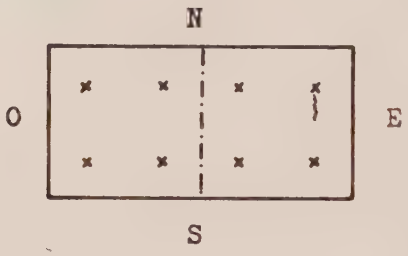

| | | | |
|---|---|---|---|
| 21 | 37142 | 39480 | Poinçonnement |

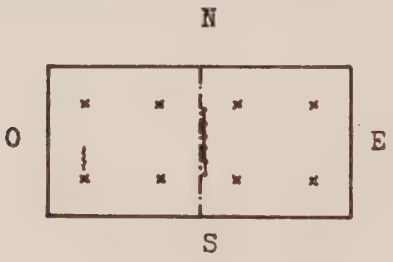


## TABLEAU n° 4-6

### DALLE N° 12 , ETAPES DE CHARGEMENT

| N° | PANNEAU OUEST | PANNEAU EST | OBSERVATIONS |
|---|---|---|---|
| 1 | 1104 | 1299 | (Les charges sont données en kg) |
| 2 | 2597 | 2493 | |
| 3 | 4013 | 4000 | |
| 4 | 5390 | 5649 | |
| 5 | 7039 | 7130 | |
| 6 | 8377 | 8701 | Première fissure à la face inférieure, panneau EST |
| 7 | 10065 | 9974 | Première fissure à la face supérieure, sur appui. Une fissure à la face inférieure, panneau OUEST. |
| 8 | 11286 | 11351 | Fissure à la face inférieure |
| 9 | 14091 | 14026 | |
| 10 | 16545 | 16415 | |



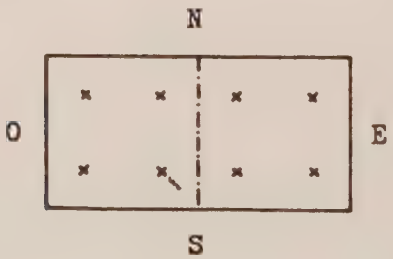
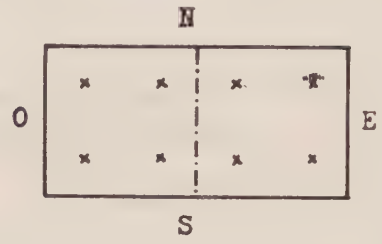
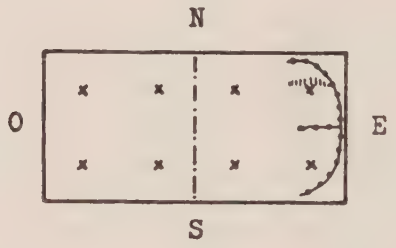



TABLEAU n° 4-6 (suite)

| | | | |
|---|---|---|---|
| 11 | 19052 | 18961 | |
| 12 | 21558 | 21558 | |
| 13 | 24091 | 24026 | |
| 14 | 26364 | 26493 | |
| 15 | 28961 | 28961 | |
| 16 | 31558 | 31428 | |
| 17 | 34026 | 33896 | |
| 18 | 36493 | 36364 | |
| 19 | 38961 | 38961 | Début d'épaufrement |




| | | | |
|---|---|---|---|
| 20 | 39740 | 41299 | Epaufrement. Figure de rupture déjà bien dessinée. Fissures circulaire et dans l'axe sur la face supérieure,panneau EST |




| | | | |
|---|---|---|---|
| 21 | 39610 | 41558 | On charge d'abord le panneau OUEST pour rattraper la différence de charge, puis les deux panneaux en même temps. Poinçonnement et épaufrement, mais net pliage de la dalle suivant certaines fissures sur le panneau OUEST, face supérieur |

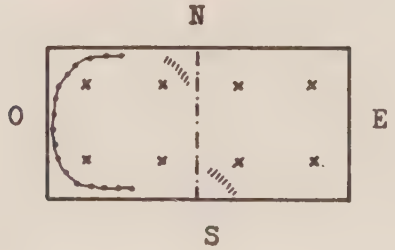


TABLEAU n° 4-6 (suite)

| | | | |
|---|---|---|---|
| 22 | 41299 | Bloqué | On charge le panneau OUEST le vérin du panneau EST étant bloqué. Epoufrement et poinçonnement.<br>Fissure dans l'axe à la face supérieure, panneau OUEST |

Epaufrement observé
avant poinçonnement.

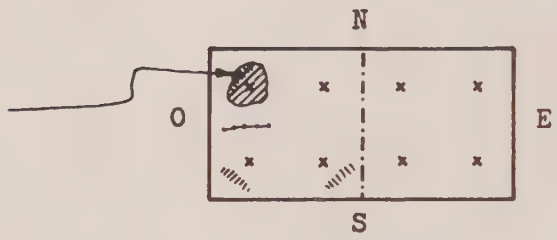
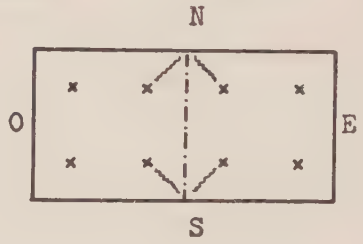


TABLEAU n° 4-7

DALLE N° 13 . ETAPES DE CHARGEMENT

| N° | PANNEAU OUEST | PANNEAU EST | OBSERVATIONS |
|---|---|---|---|
| 1 | 1169 | 1026 | (Les charges sont données en kg) |
| 2 | 3078 | 3078 | |
| 3 | 5065 | 5130 | |
| 4 | 7078 | 7143 | Première fissure à la face supérieure, sur appui. |
| 5 | 9143 | 9065 | |
| 6 | 11039 | 11039 | Première fissure à la face inférieure, panneau EST, parallèle au petit côté. |
| 7 | 12987 | 12987 | Une fissure à la face inférieure, panneau OUEST, parallèle au petit côté. |
| 8 | 15039 | 15195 | |
| 9 | 17013 | 17078 | Fissures aux angles, près de l'appui continu |




| | | | |
|---|---|---|---|
| 10 | 18987 | 18987 | Généralisation de la fissuration |
| 11 | 26364 | 26234 | |
| 12 | 26623 | 26883 | |
| 13 | 28052 | 28182 | |
| 14 | 29740 | 30000 | |
| 15 | 30000 | 30390 | Epaufrement suivant les diagonales |

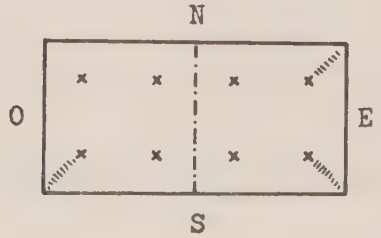
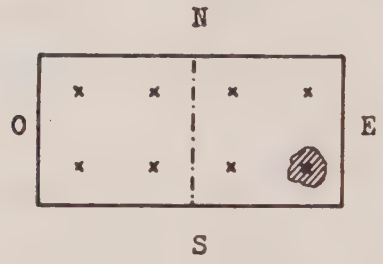
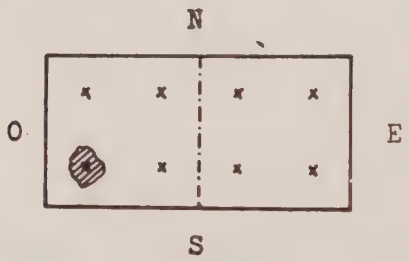


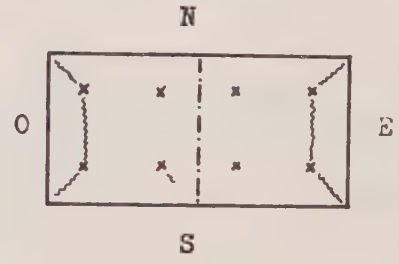
TABLEAU n° 4-7 (suite)

| | | | |
|---|---|---|---|
| 16 | 30000 | bloqué | On bloque le vérin EST pour charger le panneau OUEST seul. On enlève les témoins sonores, on décale les comparateurs du panneau OUEST et l'on enlève ceux du panneau EST.<br><br>Fissure circulaire à la face supérieure du panneau OUEST |
| 17 | 29870 | 31169 | Poinçonnement<br>  <br> |
| 18 | 31558 | Bloqué | On bloque le vérin du panneau EST et l'on charge seulement le panneau OUEST.<br>Poinçonnement<br>  <br> |

## TABLEAU n° 4-8

## DALLE N° 14 . ETAPES DE CHARGEMENT

| N° | PANNEAU OUEST | PANNEAU EST | OBSERVATIONS |
|---|---|---|---|
| 1 | 1130 | 1117 | (Les charges sont données en kg) |
| 2 | 2117 | 1948 | |
| 3 | 3013 | 2974 | |
| 4 | 4532 | 4740 | |
| 5 | 6000 | 6441 | Première fissure à la face supérieure, sur appui. |
| 6 | 7558 | 7662 | Progression de la fissure sur appui. |
| 7 | 9065 | 8961 | |
| 8 | 11039 | 11221 | |
| 9 | 13740 | 13675 | Premières fissures sur la face inférieure. (Elles paraissent bien importantes pour apparaître aussi tard et aussi brutalement) |
| 10 | 15519 | 15519 | Progression normale de la fissuration, (face inférieure) : |
| 11 | 18182 | 18182 | La fissuration de la face inférieure se développe. |
| 12 | 20195 | 20000 | La fissuration de la face inférieure s'étend vers l'appui central |



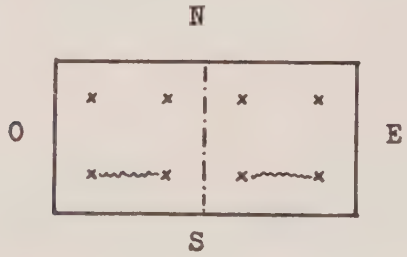
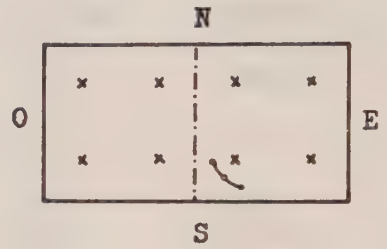
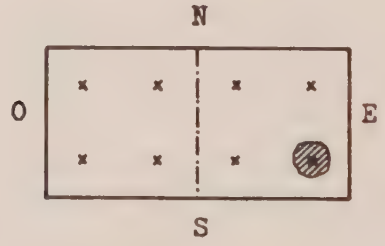



TABLEAU n° 4-8 (suite)

| | | | |
|---|---|---|---|
| 13 | 23117 | 23117 | Sur la face supérieure, une fissure près de la charge |




| | | | |
|---|---|---|---|
| 14 | 25143 | 25195 | Mosaïque de fissures. Une fissure s'ouvre beaucoup sur le panneau EST |
| 15 | 27467 | 27662 | id |
| 16 | 28571 | 28831 | Un acier cède brutalement sous la charge SUD-EST. Début d'épaufrement sous la même charge |
| 17 | 31039 | 31039 | Une fissure dans l'axe OUEST-EST à la face supérieure, panneau EST. Epaufrement sous les deux charges EST. On enlève les appareils de mesure. |
| 18 | 31558 | 31818 | Poinçonnement de la charge SUD-EST |



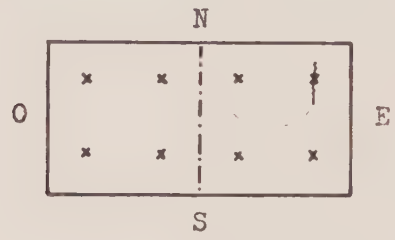

On aperçoit l'acier cassé, pas de striction et ce n'est pas à une soudure du collier de témoins sonores. Fissure circulaire à la face supérieure, panneau OUEST

| | | | |
|---|---|---|---|
| 19 | 32857 | Bloqué | On bloque le vérin EST pour changer le panneau OUEST. Rupture par flexion suivie de poinçonnement |

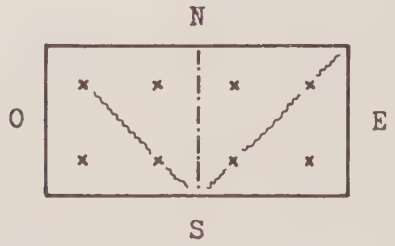
## TABLEAU n° 4-9

### DALLE N° 15 . ETAPES DE CHARGEMENT

| N° | PANNEAU OUEST | PANNEAU EST | OBSERVATIONS |
|---|---|---|---|
| 1 | 1130 | 1221 | (Les charges sont données en kg) |
| 2 | 3247 | 3247 | |
| 3 | 4506 | 4506 | |
| 4 | 6260 | 6260 | Première fissure à la face supérieure, sur appui. |
| 5 | 7571 | 7558 | Premières fissures sur la face inférieure |




| | | | |
|---|---|---|---|
| 6 | 9506 | 9506 | Les fissures s'allongent |
| 7 | 12013 | 12013 | Nouvelle fissure sur la face inférieure, panneau OUEST |
| 8 | 14545 | 14545 | Apparition de curieuses fissures en diagonale |




| | | | |
|---|---|---|---|
| 9 | 17208 | 17143 | D'autres fissures en diagonale ont apparu |

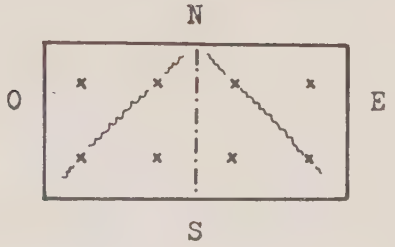
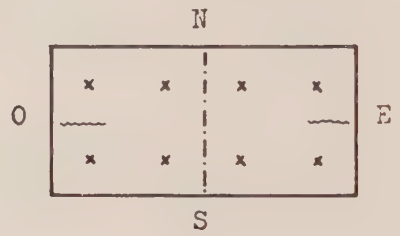


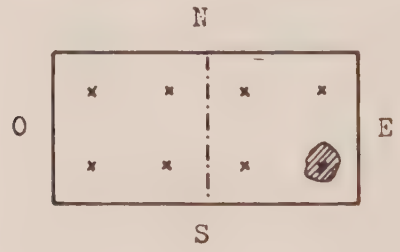
TABLEAU n° 4-9 (suite)

| | | | |
|---|---|---|---|
| 10 | 19480 | 19480 | Fissuration normale |
| 11 | 21558 | 21480 | id. |
| 12 | 24026 | 24026 | Développement de la fissuration |
| 13 | 26493 | 26493 | Fissuration importante. Certaines fissures s'ouvrent sérieusement. |
| 14 | 29026 | 29026 | |
| 15 | 31169 | 30910 | Fissures circulaires sur la face supérieure<br>Fissures sur la face inférieure |




Début du poinçonnement au trait de la charge SUD-EST. On enlève les appareils de mesure.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 16 | 32857 | 31818 | Poinçonnement de la charge SUD-EST |




On bloque le vérin EST et on continue à charger le panneau OUEST.
Epaufrement aux angles. Poinçonnement de la charge SUD-OUEST

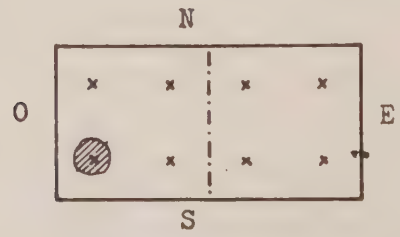
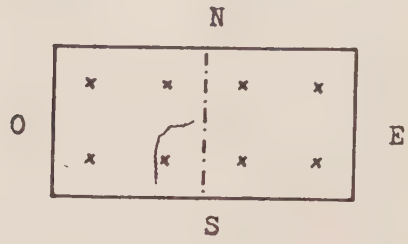


TABLEAU n° 4-9 (suite)

Fissure inattendue sur la face inférieure




Acier cassé par striction au droit de la charge SUD-OUEST

TABLEAU N° 4_10

CHARGE DE RUPTURE ET DE FISSURATION DES POUTRES "A"

| Poutre N° | 7 A | 8 A | 9 A | 10 A | 11 A | 12 A | 13 A | 14 A | 15 A |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Charge de fissuration kg. | 524 | fissures de retrait | 384 | 499 | 565 | 500 | 517 | 700 | 496 |
| Charge de rupture kg. | 2 503 | 3 185 | 2 919 | 3 158 | 2 442 | 2 290 | 1 518 | 1 966 | 2 273 |

TABLEAU N° 4_11

CHARGES DE RUPTURE DES POUTRES " B "

| Poutre N° | 7 B | 8 B | 9 B | 10 B | 11 B | 12 B | 13 B | 14 B | 15 B |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Charge de rupture travée OUEST kg. | 3 500 | 3 800 | 4 197 | 4 626 | 2 796 | 3 080 | 2 280 | 2 670 (3 310) | 3 300 |
| Charge de rupture travée EST kg. | 3 500 | 4 386 | 4 193 | 4 051 | 2 640 | 3 065 | 2 400 | 2 620 | 3 035 |

La valeur entre parenthèses est la charge maximale atteinte sur la seule travée OUEST le vérin de la travée EST étant bloqué.

## TABLEAU N° 4-12

## DALLE N° 7 . FLECHES ET SOULEVEMENTS DES ANGLES (en mm)

### COMPARATEURS

| Charge n° | Flèches | 13 | 38 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $f_t$ | 0,14 | 0,20 | 0,13 | 0,03 | 0,00 | 0,02 | - 0,02 | 0,30 |
| | $f_e$ | 0,23 | 0,20 | 0,00 | - 0,01 | - 0,02 | 0,01 | - 0,12 | 0,26 |
| | $f_r$ | - 0,09 | 0,00 | 0,13 | 0,04 | 0,02 | 0,01 | 0,10 | 0,04 |
| 2 | $f_t$ | 0,35 | 0,36 | - | - | - | - | - | - |
| | $f_e$ | 0,41 | 0,34 | - | - | - | - | - | - |
| | $f_r$ | - 0,06 | 0,02 | 0,17 | 0,04 | 0,03 | 0,00 | 0,14 | 0,06 |
| 3 | $f_t$ | 0,56 | 0,52 | - | - | - | - | - | - |
| | $f_e$ | 0,59 | 0,47 | - | - | - | - | - | - |
| | $f_r$ | - 0,03 | 0,05 | 0,16 | 0,04 | 0,01 | 0,01 | 0,04 | 0,22 |
| 4 | $f_t$ | 0,81 | 0,67 | 0,12 | - 0,02 | - 0,10 | 0,00 | 0,02 | 0,41 |
| | $f_e$ | 0,76 | 0,52 | - 0,03 | - 0,06 | - 0,10 | 0,00 | - 0,04 | 0,10 |
| | $f_d$ | 0,03 | - 0,02 | - 0,17 | - 0,07 | 0,00 | 0,00 | - 0,03 | - |
| | $f_r$ | 0,08 | 0,13 | - 0,02 | - 0,03 | 0,00 | 0,00 | 0,03 | - |
| 5 | $f_t$ | 1,31 | 1,08 | - 0,13 | - 0,30 | - 0,23 | - 0,10 | - 0,13 | - |
| | $f_e$ | 1,04 | 0,78 | - 0,06 | - 0,18 | - 0,14 | - 0,04 | - 0,11 | - |
| | $f_r$ | 0,27 | 0,30 | - 0,07 | - 0,12 | - 0,09 | - 0,06 | - 0,02 | - |

TABLEAU N° 4-12 (suite)

| Charge N° | Flèches | 13 | 38 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6 | $f_t$ | 2,92 | 2,66 | - 1,00 | - 0,95 | - 0,71 | - 0,43 | - 0,61 | - |
| | $f_e$ | 1,98 | 1,71 | - 0,66 | - 0,57 | - 0,27 | - 0,18 | - 0,26 | - 0,16 |
| | $f_r$ | 0,94 | 0,95 | - 0,34 | - 0,38 | - 0,44 | - 0,25 | - 0,35 | - |
| 7 | $f_t$ | 6,27 | 5,50 | - 2,52 | - 2,44 | - 1,53 | - 0,98 | - 1,63 | - |
| | $f_e$ | 3,98 | 3,52 | - 1,62 | - 1,54 | - 0,70 | - 0,52 | - 0,77 | - |
| | $f_r$ | 2,29 | 1,98 | - 0,90 | - 0,90 | - 0,83 | - 0,46 | - 0,86 | - |
| 8 | $f_t$ | 10,21 | 8,80 | - 4,29 | - 4,17 | - 2,42 | - 1,50 | - 2,81 | - |
| | $f_e$ | 6,55 | 5,71 | - 2,92 | - 2,72 | - 1,20 | - 1,00 | - 1,55 | - 1,89 |
| | $f_r$ | 3,66 | 3,09 | - 1,37 | - 1,45 | - 1,22 | - 0,50 | - 1,26 | - |
| 9 | $f_t$ | 15,53 | 13,28 | - 7,03 | - 5,60 | - 2,91 | - 2,04 | - 4,50 | - |
| | $f_e$ | - | 8,69 | - 4,51 | - 3,31 | - 1,46 | - 1,00 | - 2,96 | - 1,84 |
| | $f_r$ | - | 4,59 | - 2,52 | - 2,29 | - 1,45 | - 1,04 | - 1,54 | - |
| 10 | $f_t$ | 21,28 | 17,08 | - 10,30 | - 9,35 | - 3,35 | - 2,70 | - 6,52 | - |
| 11 | $f_t$ | 32,47 | 25,43 | - 18,12 | - 17,87 | - 4,69 | - 4,09 | - 11,79 | - |
| 12 | f | 39,00 | 30,09 | - 20,32 | - 21,45 | - 5,44 | - 4,95 | - 14,97 | - |

## TABLEAU N° 4-13

## DALLE N° 8 , FLECHES ET SOULEVEMENTS DES ANGLES (en mm)

### COMPARATEURS

| Charge N° | Flèches | 13 | 38 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $f_t$ | 0,15 | 0,18 | 0,24 | 0,02 | - 0,01 | 0,05 | 0,06 | 0,10 |
| | $f_e$ | 0,21 | 0,15 | 0,19 | - 0,04 | - 0,02 | 0,04 | 0,00 | 0,02 |
| | $f_r$ | - 0,06 | 0,03 | 0,05 | 0,06 | 0,01 | 0,01 | 0,06 | 0,08 |
| 2 | $f_t$ | 0,60 | 0,35 | 0,35 | 0,03 | - 0,02 | 0,07 | 0,06 | 0,18 |
| | $f_e$ | 0,65 | 0,29 | 0,25 | - 0,03 | - 0,03 | 0,06 | 0,00 | 0,05 |
| | $f_r$ | - 0,05 | 0,06 | 0,10 | 0,06 | 0,01 | 0,01 | 0,06 | 0,13 |
| 3 | $f_t$ | 0,42 | 0,52 | 0,40 | 0,02 | - 0,04 | 0,07 | 0,06 | 0,19 |
| | $f_e$ | 0,40 | 0,44 | 0,23 | - 0,03 | - 0,05 | 0,06 | 0,00 | 0,06 |
| | $f_r$ | 0,02 | 0,08 | 0,17 | 0,05 | 0,01 | 0,01 | 0,06 | 0,13 |
| 4 | $f_t$ | 0,62 | 0,70 | 0,40 | - 0,04 | - 0,09 | 0,07 | 0,06 | 0,18 |
| | $f_e$ | 0,53 | 0,57 | 0,17 | - 0,08 | - 0,07 | 0,07 | 0,00 | 0,06 |
| | $f_r$ | 0,09 | 0,13 | 0,23 | 0,04 | - 0,02 | 0,00 | 0,06 | 0,12 |
| 5 | $f_t$ | 0,84 | 0,93 | 0,39 | - 0,10 | - 0,17 | 0,08 | 0,06 | 0,15 |
| | $f_e$ | 0,67 | 0,71 | 0,15 | - 0,14 | - 0,11 | 0,11 | 0,00 | 0,05 |
| | $f_d$ | - 0,08 | - 0,04 | - 0,17 | - 0,06 | 0,01 | 0,03 | 0,00 | - 0,07 |
| | $f_r$ | 0,09 | 0,18 | 0,07 | - 0,02 | - 0,05 | 0,00 | 0,06 | 0,03 |
| 6 | $f_t$ | 2,02 | 2,30 | - 0,19 | - 0,84 | - 0,52 | - 0,11 | - 0,26 | - 0,45 |
| | $f_e$ | 1,42 | 1,58 | - 0,12 | - 0,52 | - 0,45 | - 0,00 | - 0,32 | - 0,22 |
| | $f_r$ | 0,60 | 0,72 | - 0,07 | - 0,32 | - 0,07 | - 0,11 | 0,06 | - 0,23 |

TABLEAU N° 4-13 (suite)

| Charge N° | Flèches | 13 | 38 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 | $f_t$ | 4,92 | 5,06 | - 1,33 | - 2,18 | - 1,02 | - 0,70 | - 1,14 | - 1,47 |
| | $f_r^e$ | 3,32 | 3,39 | - 0,92 | - 1,41 | - 0,68 | - 0,36 | - 0,95 | - 0,91 |
| | | 1,60 | 1,67 | - 0,41 | - 0,77 | - 0,44 | - 0,34 | - 0,19 | - 0,56 |
| 8 | $f_t$ | 9,20 | 8,98 | - 3,10 | - 3,99 | - 1,77 | - 1,15 | - 2,64 | - 2,93 |
| | $f_r^e$ | 6,44 | 6,14 | - 2,11 | - 2,68 | - 1,16 | - 0,75 | - 1,94 | - 1,88 |
| | | 2,76 | 2,84 | - 0,99 | - 1,31 | - 0,61 | - 0,40 | - 0,70 | - 1,05 |
| 9 | $f_t$ | 13,37 | 13,04 | - 4,75 | - 4,86 | - 2,23 | - 1,51 | - 4,23 | - 4,59 |
| | $f_r^e$ | 9,51 | 9,26 | - 3,46 | - 3,05 | - 1,53 | - 1,07 | - 3,11 | - 3,06 |
| | | 3,86 | 3,78 | - 1,29 | - 1,81 | - 0,70 | - 0,44 | - 1,12 | - 1,53 |
| 10 | $f_t$ | 18,35 | 17,22 | - 5,87 | - 8,20 | - 2,79 | - 1,75 | - 5,99 | - 6,30 |
| | $f_r^e$ | 12,72 | 12,08 | - 3,92 | - 5,46 | - 1,85 | - 1,38 | - 4,37 | - 4,29 |
| | | 5,63 | 5,14 | - 1,95 | - 2,74 | - 0,94 | - 0,37 | - 1,62 | - 2,01 |
| 11 | $f_t$ | 23,64 | 22,54 | - 9,37 | - 11,01 | - 3,17 | - 1,97 | - 8,19 | - 8,47 |
| | $f_r^e$ | - | - | - 6,18 | - 6,73 | - 1,88 | - 1,44 | - 5,58 | - 5,42 |
| | | - | - | - 3,19 | - 4,28 | - 1,29 | - 0,53 | - 2,61 | - 3,05 |
| 12 | $f_t$ | 28,26 | 27,18 | - 10,75 | - 13,86 | - 3,31 | - 2,20 | - 10,29 | - 10,58 |
| 13 | $f_t$ | 34,38 | 32,33 | - 14,97 | - 17,76 | - 3,74 | - 2,80 | - 12,96 | - 13,20 |
| 14 | $f_t$ | - | - | - 10,47 | - 11,73 | - 3,24 | - 2,47 | - 13,64 | - 13,83 |

## TABLEAU N° 4-14

## DALLE N° 9 . FLECHES ET SOULEVEMENTS DES ANGLES (en mm)

### COMPARATEURS

| Charge n° | Flèches | 13 | 38 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | $f_t$ | 0,07 | 0,10 | 0,00 | 0,01 | 0,02 | 0,01 | 0,03 | - 0,01 |
| 2 | $f_t$ | 0,11 | 0,18 | - 0,01 | 0,03 | 0,02 | - 0,01 | 0,03 | - 0,01 |
| 3 | $f_t$ | 0,18 | 0,24 | - 0,01 | 0,00 | 0,02 | - 0,01 | 0,03 | - 0,03 |
| 4 | $f_t$ | 0,22 | 0,33 | - 0,02 | - 0,02 | 0,01 | - 0,02 | 0,02 | - 0,03 |
| 5 | $f_t$ | 0,28 | 0,44 | - 0,02 | - 0,02 | 0,00 | - 0,03 | 0,00 | - 0,03 |
| | $f_r^e$ | 0,24 | - | - 0,05 | - 0,09 | - 0,02 | - 0,03 | - 0,05 | - 0,08 |
| | | 0,04 | - | 0,03 | 0,07 | 0,02 | 0,00 | 0,05 | 0,05 |
| 6 | $f_t$ | 0,40 | 0,55 | - 0,03 | - 0,04 | - 0,01 | - 0,03 | - 0,01 | - 0,03 |
| 7 | $f_t$ | 0,46 | 0,63 | - 0,03 | - 0,05 | - 0,02 | - 0,04 | - 0,02 | - 0,04 |
| 8 | $f_t$ | 0,55 | 0,76 | - 0,05 | - 0,07 | - 0,02 | - 0,04 | - 0,05 | - 0,05 |
| 9 | $f_t$ | 0,67 | 0,89 | - 0,08 | - 0,10 | - 0,05 | - 0,05 | - 0,07 | - 0,09 |
| 10 | $f_t$ | 0,80 | 1,03 | - 0,11 | - 0,14 | - 0,07 | - 0,06 | - 0,11 | - 0,11 |
| | $f_r^e$ | 0,66 | 0,85 | - 0,15 | - 0,22 | - 0,07 | - | - 0,19 | - 0,17 |
| | | 0,14 | 0,18 | 0,04 | 0,08 | 0,00 | - | 0,08 | 0,06 |
| 11 | $f_t$ | 1,00 | 1,29 | - 0,18 | - 0,21 | - 0,12 | - | - 0,17 | - 0,16 |
| | $f_r^e$ | 0,78 | 1,03 | - 0,20 | - 0,28 | - 0,11 | - | - 0,20 | - 0,22 |
| | $f_r^d$ | - 0,03 | - 0,04 | 0,01 | 0,01 | - 0,02 | - | 0,03 | 0,01 |
| | | 0,19 | 0,22 | 0,03 | 0,08 | - 0,03 | - | 0,06 | 0,07 |

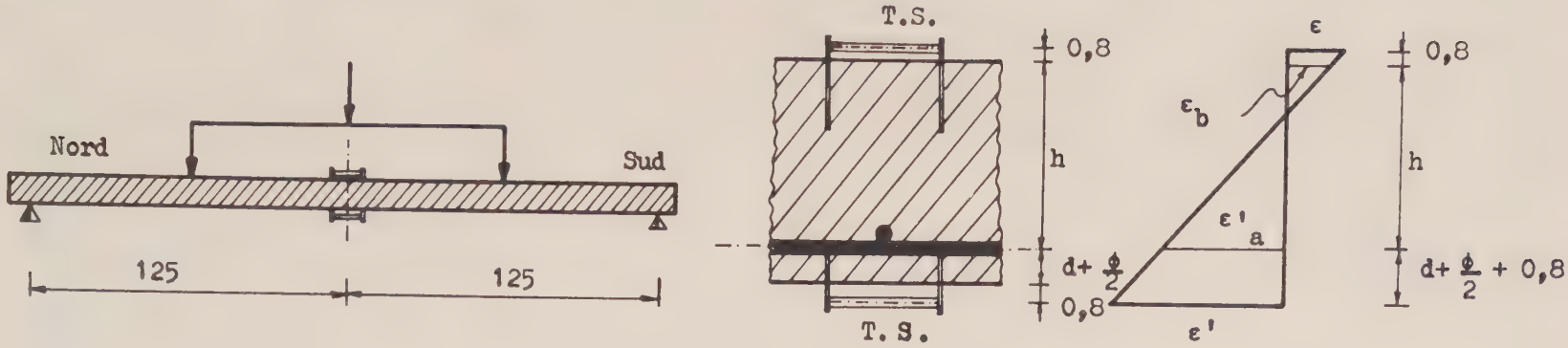
TABLEAU N° 4-14 (suite)

| Charge n° | Flèches | 13 | 38 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 12 | $f_t$ | 1,50 | 2,00 | - 0,55 | - 0,56 | - 0,28 | - | - 0,35 | - 0,40 |
| | $f_r^e$ | 0,97 | 1,55 | - 0,42 | - 0,50 | - 0,16 | - | - 0,33 | - 0,39 |
| | $f_r$ | 0,53 | 0,45 | - 0,13 | - 0,06 | - 0,12 | - | - 0,02 | - 0,01 |
| 13 | $f_t$ | 3,81 | 4,00 | - 1,56 | - 1,45 | - 0,71 | - | - 1,09 | - 1,27 |
| | $f_r^e$ | 2,49 | 2,94 | - | - 1,08 | - | - | - 0,88 | - 1,02 |
| | $f_r$ | 1,32 | 1,06 | - | - 0,37 | - | - | - 0,21 | - 0,25 |
| 14 | $f_t$ | 7,67 | 7,35 | - 3,28 | - 3,37 | - 1,34 | - | - 3,23 | - 2,70 |
| | $f_r^e$ | 5,27 | 5,38 | - 2,40 | - 2,46 | - | - | - 2,65 | - 2,05 |
| | $f_r$ | 2,40 | 1,97 | - 0,88 | - 0,91 | - | - | - 0,58 | - 0,65 |
| 15 | $f_t$ | 12,22 | 11,55 | - 5,10 | - 5,27 | - 1,71 | - | - 3,74 | - 4,30 |
| | $f_r^e$ | 8,62 | 8,49 | - 3,79 | - 3,91 | - 1,23 | - | - 2,78 | - 3,29 |
| | $f_r$ | 3,60 | 3,06 | - 1,31 | - 1,36 | - 0,48 | - | - 0,96 | - 1,01 |
| 16 | $f_t$ | 17,42 | 16,51 | - 7,36 | - 7,47 | - 2,00 | - | - 6,65 | - 6,26 |
| | $f_r^e$ | - | - | - 5,42 | - 5,44 | - 1,41 | - | - 5,16 | - 4,70 |
| | $f_r$ | - | - | - 1,94 | - 2,03 | - 0,59 | - | - 1,49 | - 1,56 |
| 17 | $f_t$ | 23,52 | 21,70 | - 10,38 | - 10,43 | - 2,28 | - | - 7,95 | - 8,70 |
| 18 | $f_t$ | 32,20 | 29,24 | - 14,91 | - 15,37 | - 2,59 | - | - 12,22 | - 12,30 |
| 19 | $f_t$ | 39,82 | 34,50 | - 18,99 | - | - 2,88 | - | - 13,85 | - 14,91 |

TABLEAU N° 4-15

POUTRES A

VALEURS MAXIMALES DES ALLONGEMENTS ET DES RACCOURCISSEMENTS



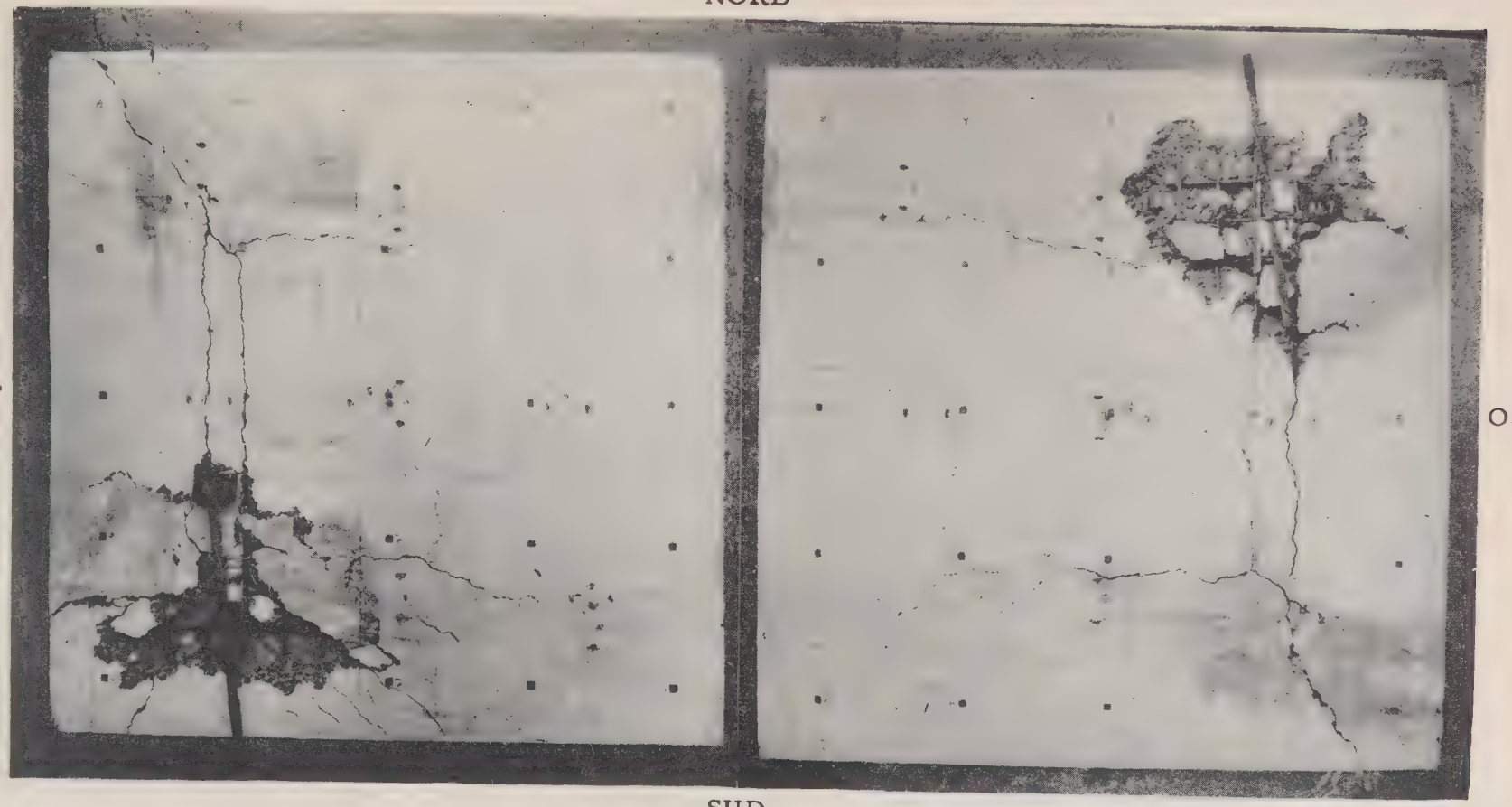

| POUTRE n° | $\varepsilon$ $10^{-3}$ | $\varepsilon'$ $10^{-3}$ | $\varepsilon_b$ $10^{-3}$ | $\varepsilon'_a$ $10^{-3}$ | OBSERVATIONS |
|---|---|---|---|---|---|
| 7A | - 0,688 | 1,523 | - 0,535 | 0,875 | Les valeurs correspondent à la charge de rupture, mais la rupture s'est produite à environ 20 cm des témoins sonores. |
| 8A | - 3,766 | 6,060 | - 3,090 | 3,430 | Ces valeurs correspondent à la charge n°12 (2880 kg), la charge n°14 (3185 kg) étant considérée comme charge de rupture |
| 9A | - 4,106 | 21,051 | - 2,410 | 14,700 | Ces valeurs correspondent à la charge n°16 (2720 kg), charge de rupture étant n°18 (2912 kg). |

TABLEAU N° 4-15 (suite)

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 10 A | - 0,847 | 2,635 | - 0,606 | 1,550 | Valeurs obtenues sous la charge de rupture, la rupture étant survenue au droit de la charge NORD |
| 11 A | - 3,798 | 25,717 | - 1,813 | 17,490 | Valeurs obtenues sous une charge de 2365 kg (n°16) la charge de rupture étant 2442 kg. (n° 17). |
| 12 A | - 2,600<br>( - 3,090) | 19,167<br>(24,318) | - 1,111<br>( - 1,216) | 13,178<br>(16,775) | Valeurs correspondant à la charge de rupture. La rupture s'est produite au droit des colliers NORD pour la charge n° 12 (2290 kg). Les valeurs entre parenthèses correspondent à la charge n°13 (2120 kg) |
| 13 A | - 2,974 | 18,199 | - 1,567 | 11,100 | Les mesures sont faites sous la charge n°11 (1518 kg). La charge n°13 (1518 kg) étant considérée comme charge de rupture |
| 14 A | - 1,979 | 6,752 | - 1,383 | 4,245 | Rupture prématurée. |
| 15 A | - 2,949 | 24,823 | - 1,032 | 17,215 | Ces mesures sont faites sous la charge n°17 (2220 kg), charge de rupture étant 2275 kg (n°19) |

NOTA : Les résultats de calcul concernant les allongements des aciers et le raccourcissement du béton sont trop dispersés. L'impossibilité de déterminer à priori l'endroit où se produirait la rupture, la difficulté de mesurer les déformations exactement sur la section de rupture et à l'instant de rupture sont des fortes raisons pour justifier la dispersions de nos mesures. Cependant les résultats obtenus et les observations faites au cours des essais, justifient l'adoption de $\varepsilon_b = -3{,}5 \times 10^{-3}$, valeur proposée par le C.E.B., pour certains calculs.

NORD



EST

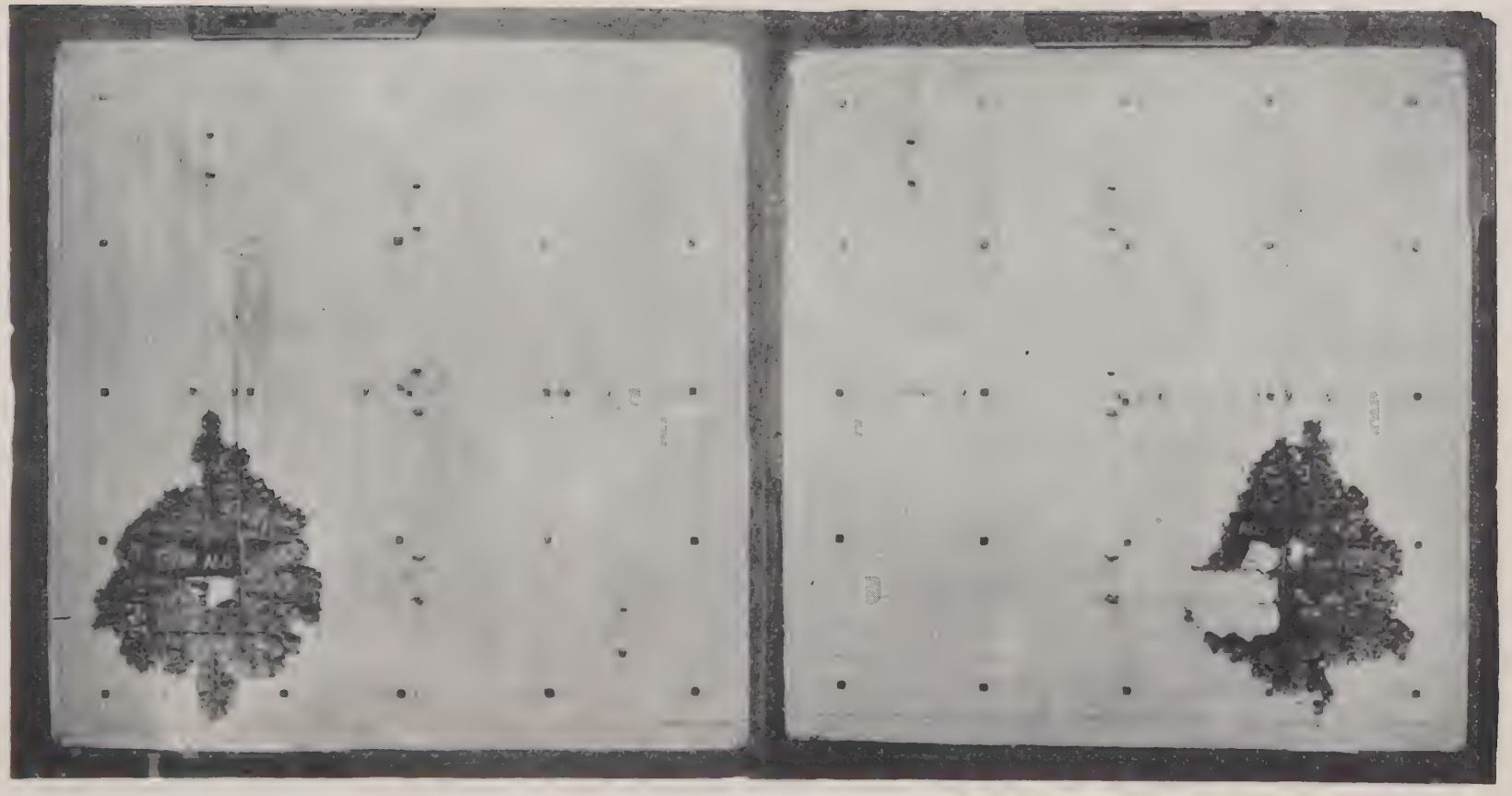
OUEST

SUD

Fig. N° IV-1 : DALLE N° 7 ARMEE D'ACIER DOUX

FACE INFERIEURE APRES RUPTURE

NORD



EST

OUEST

SUD

Fig. N° IV-2 : DALLE N° 8 ARMEE D'ACIER CRENELE

FACE INFERIEURE APRES RUPTURE

NORD

EST

OUEST

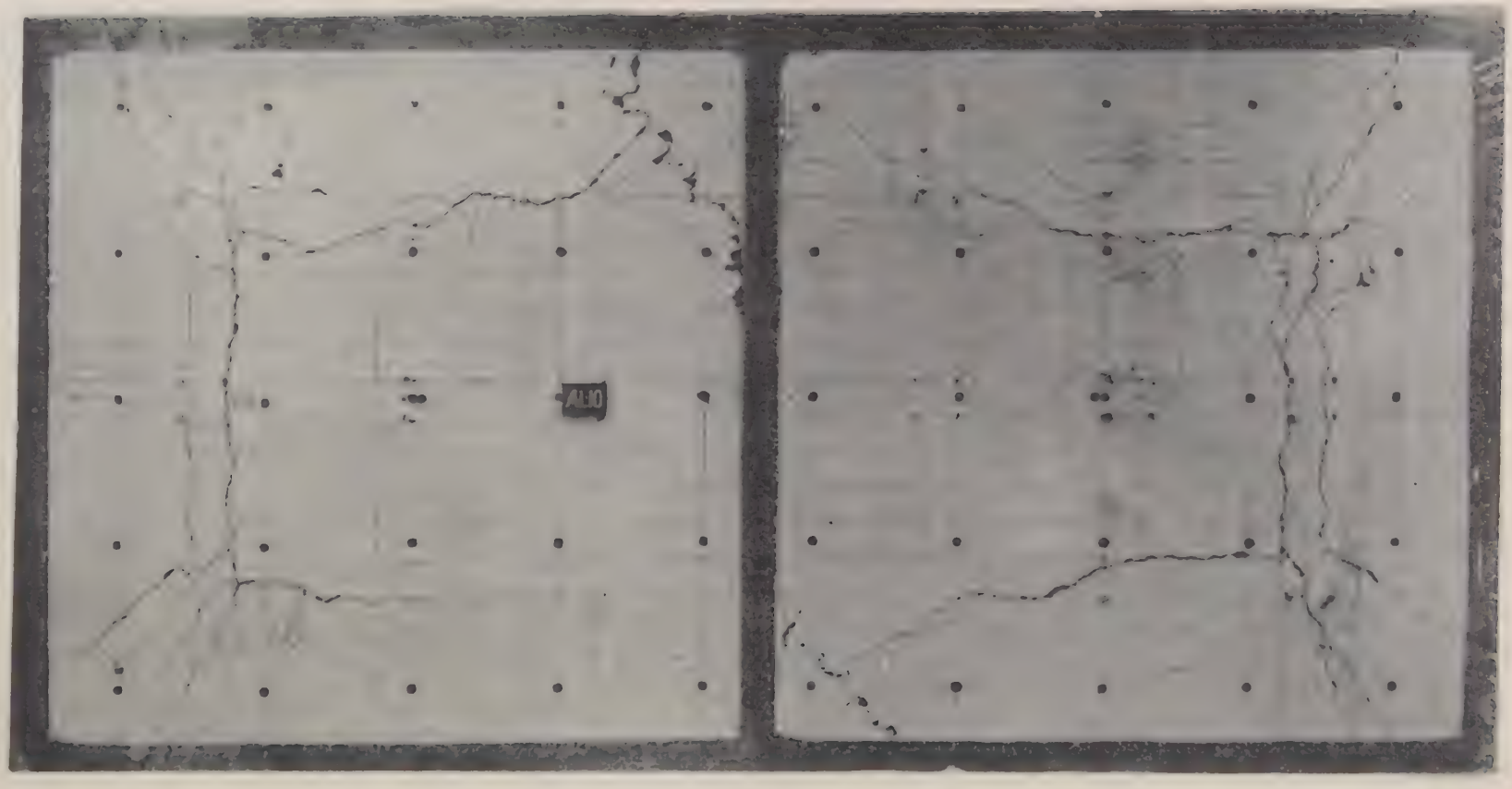
SUD

Fig. N° IV-3 : DALLE N° 9 ARMEE D'ACIER TOR 40

FACE INFERIEURE APRES RUPTURE

NORD

EST

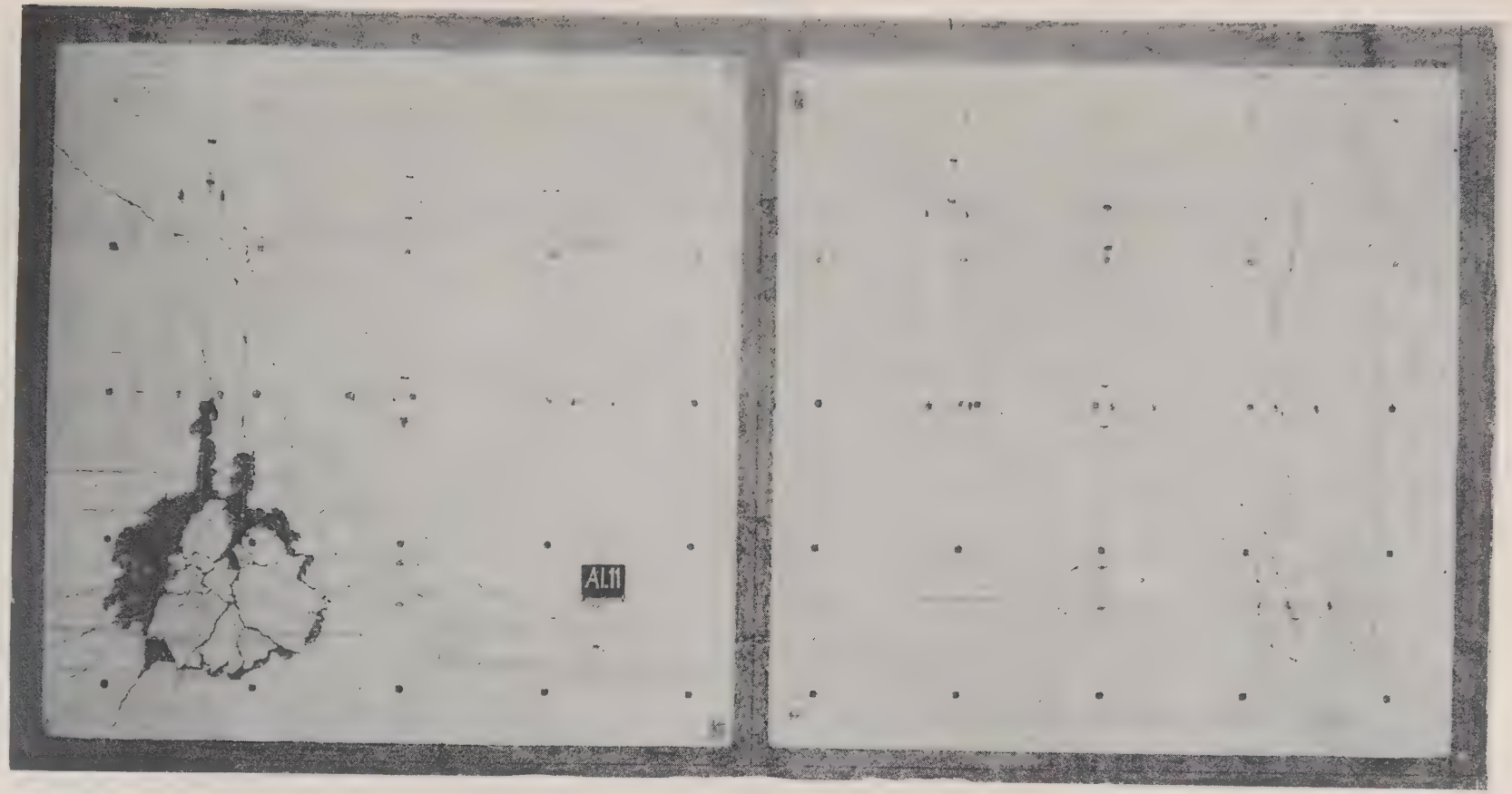



OUEST

SUD

Fig. N° IV-4 : DALLE N° 10 ARMEE D'ACIER DOUX
FACE INFERIEURE APRES RUPTURE

NORD




EST

OUEST

SUD

Fig. N° IV-5 : DALLE N° 11 ARMEE D'ACIER CRENELE

FACE INFERIEURE APRES RUPTURE

NORD

EST

OUEST

SUD

Fig. N° IV-6 : DALLE N° 12 ARMEE D'ACIER TOR 40

FACE INFERIEURE APRES RUPTURE

NORD

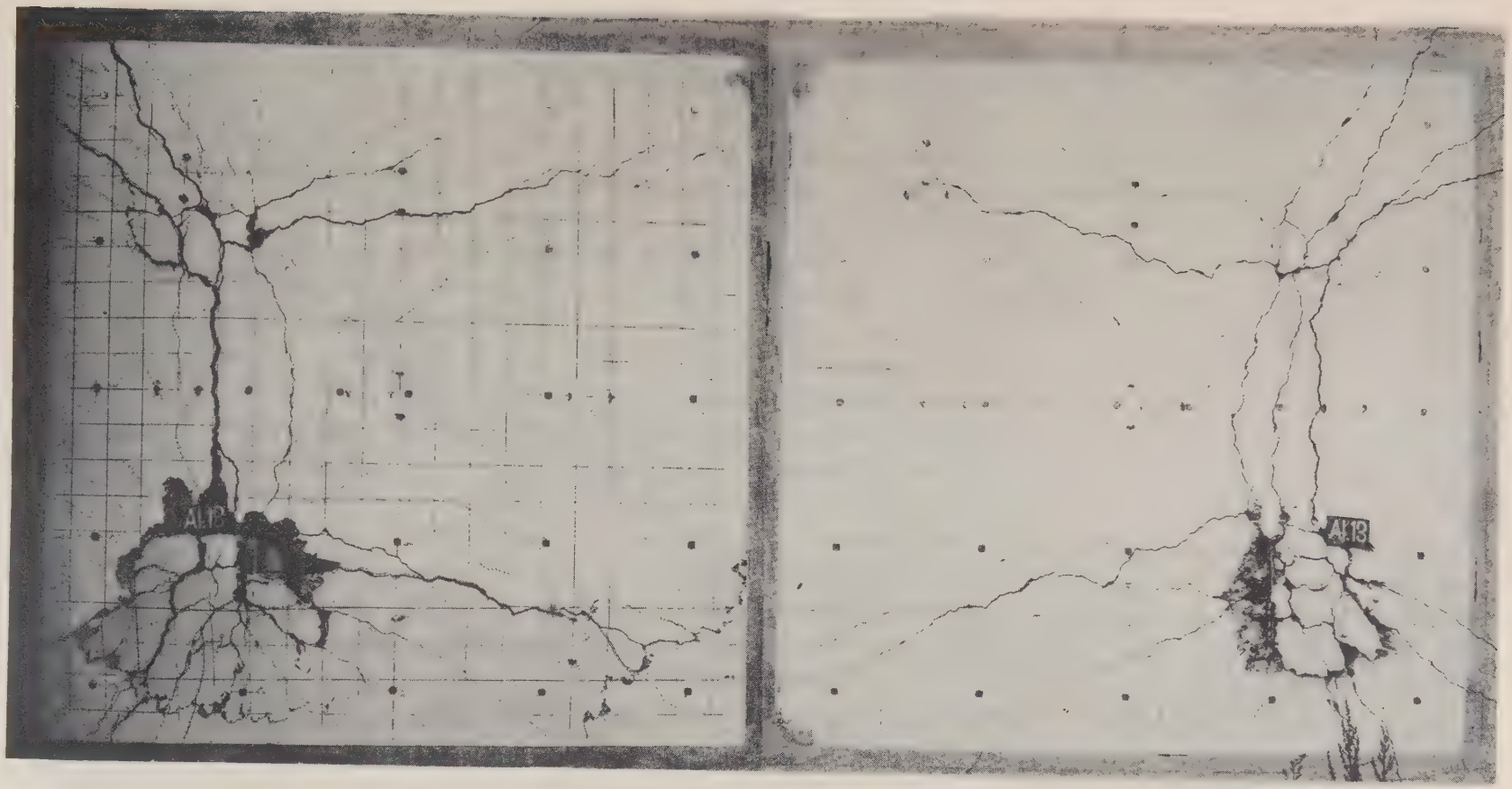
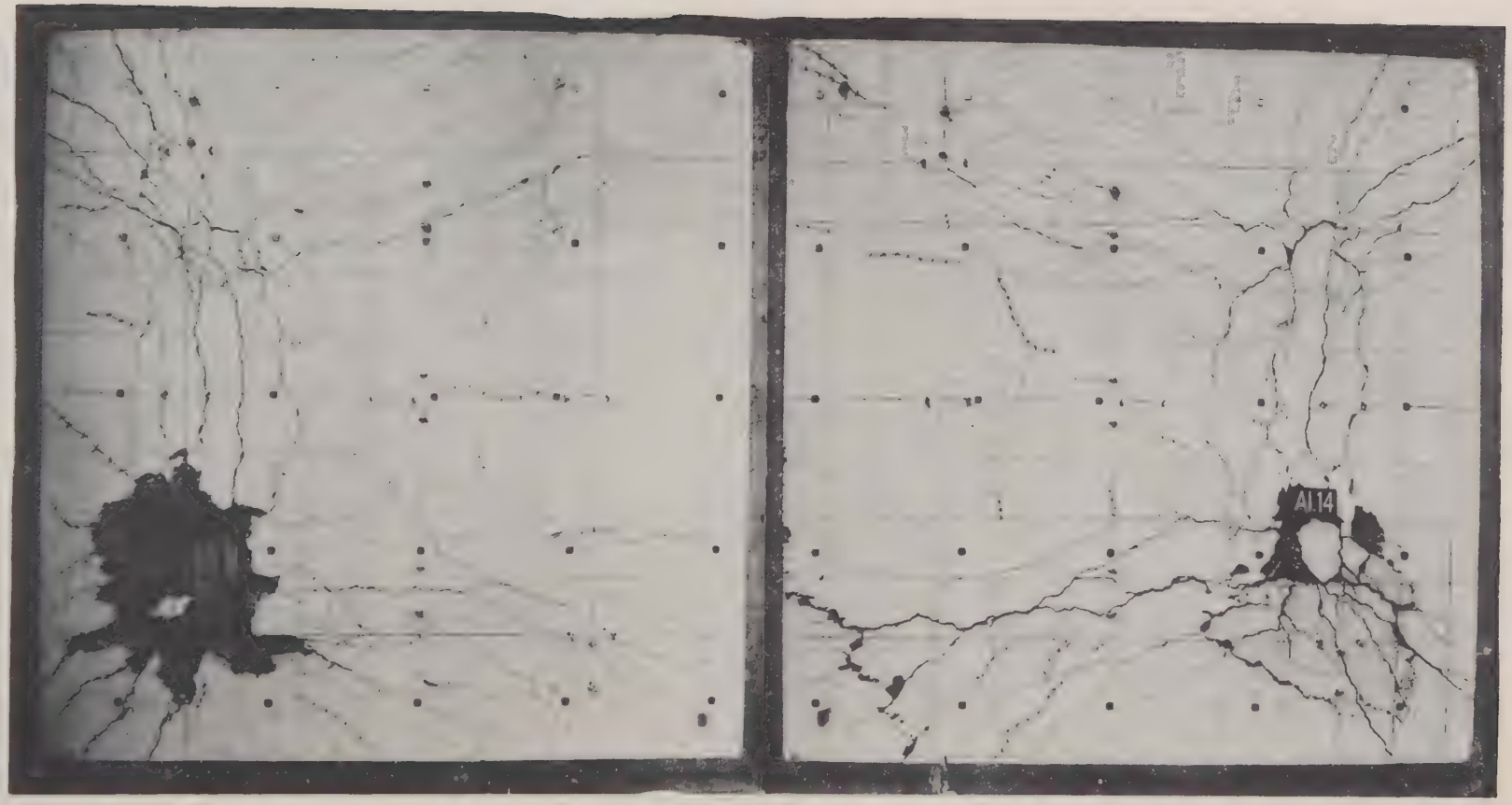



Fig. N° IV-7 : DALLE N° 13 ARMEE D'ACIER DOUX

FACE INFERIEURE APRES RUPTURE

NORD

EST



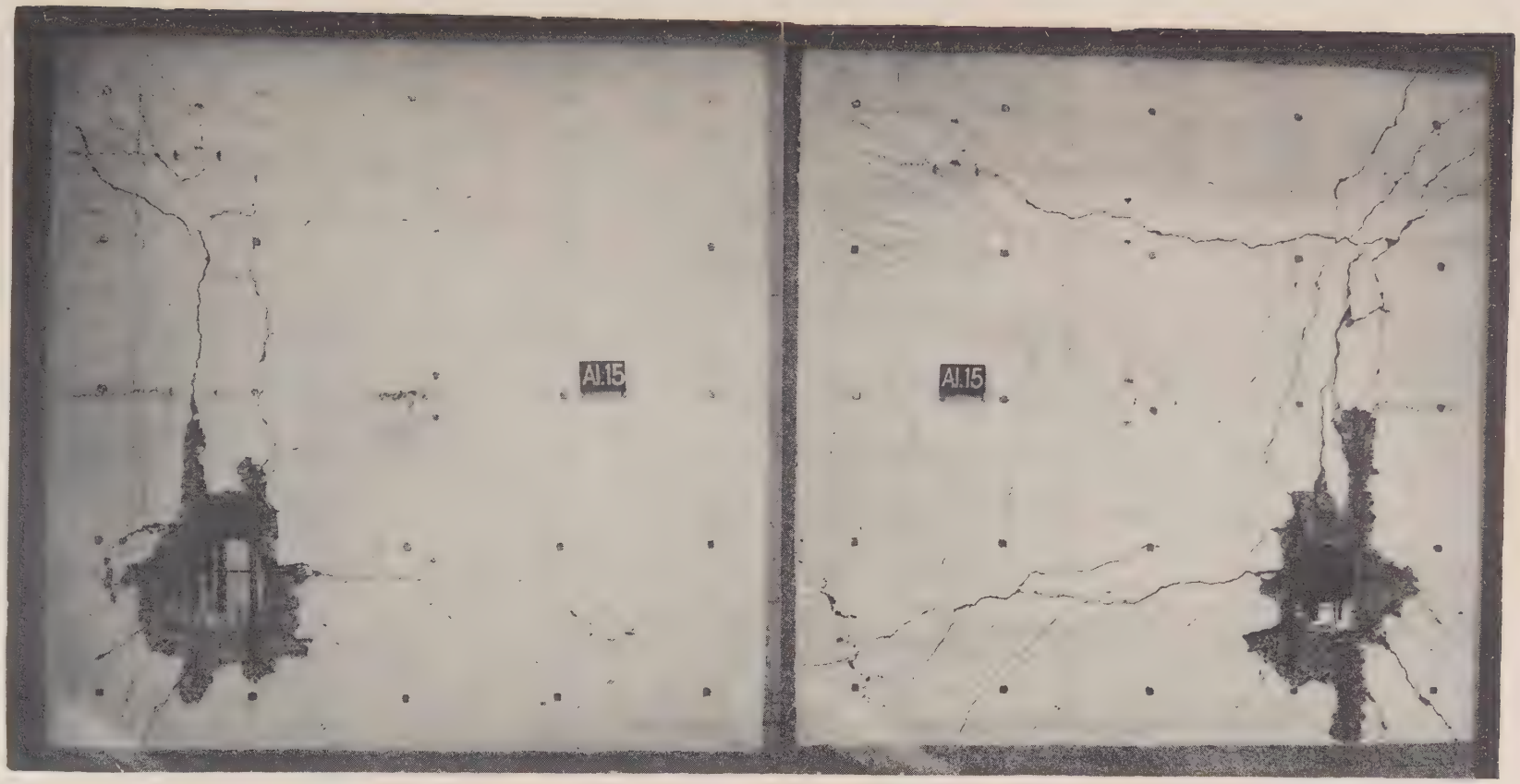

OUEST

SUD

Fig N° IV-8 : DALLE N° 14, ARMEE D'ACIER CRENELE

FACE INFERIEURE APRES RUPTURE

NORD




SUD

Fig. N° IV-9 : DALLE N° 15 ARMEE D'ACIER TOR 40

FACE INFERIEURE APRES RUPTURE

# 5 - INTERPRETATION

## 5.1. Notations

Dans ce qui suit, les notations ont les significations suivantes :
Pour les poutres de référence :

$b$ largeur de la poutre-dalle en cm.
$h_t$ hauteur totale en cm.
$d$ valeur moyenne de l'épaisseur d'enrobage en travée en cm.
$d'$ " " " " sur appui en cm.

$h = h_t - (d + \frac{\phi}{2})$ hauteur utile moyenne en travée ( $\phi$ exprimé en cm.)

$h' = h_t - (d' + \frac{\phi}{2})$ " " " sur appui( $\phi$ " " )

$A$ section d'acier en travée exprimée en $cm^2$.
$A'$ " " sur appui " "
$m_s$ moment en travée dû aux surcharges en kg.m.
$m_p$ " " " au poids propre en kg.m.
$m = m_s + m_p$
$m'$ moment sur appui exprimé en kg.m., $m' = m'_s + m'_p$

$\beta = \frac{m'}{m}$

Pour les dalles:

$h_t$ hauteur totale en cm.
$d_1$ valeur moyenne de l'épaisseur d'enrobage du premier lit en cm.
$d_2 = d_1 + \phi$ épaisseur d'enrobage du 2ème lit ( $\phi$ exprimé en cm)
$d'$ valeur moyenne de l'épaisseur d'enrobage sur appui en cm.

$h_1 = h_t - (d_1 + \frac{\phi}{2})$ heuteur utile du premier lit ( $\phi$ en cm)

$h_2 = h_t - (d_2 + \frac{\phi}{2})$ hauteur utile du 2ème lit ( $\phi$ en cm)

$h' = h_t - (d' + \frac{\phi}{2})$ " " sur appui ( $\phi$ en cm)

$A_1$ section d'acier du premier lit exprimée en $cm^2/m$.
$A_2$ " " 2ème " " "
$A'$ " " sur appui " "
$m_{s1}$ moment dû aux surcharges agissant sur une section perpendiculaire aux armatures du 1er lit, en kg.m/m.
$m_{s2}$ moment dû aux surcharges agissant sur une section perpendiculaire aux armatures du 2ème lit en kg.m./m.
$m'_s$ moment sur appui dû aux surcharges en kg.m./m.
$m_{p1}$ moment dû au poids propre relatif au premier lit en kg.m./m.
$m_{p2}$ " " " " 2ème " "
$m'_p$ " " " sur appui en kg.m./m.

$m_1 = m_{s1} + m_{p2}$

$m_2 = m_{s2} + m_{p2}$

$m' = m'_s + m'_p$

$\alpha = \frac{m_2}{m_1}$

$\beta = \frac{m'}{m_2}$

Enfin pour tous les éléments essayés :

$\sigma_e$ limite d'élasticité apparente pour l'acier doux et crénelé ou limite d'élasticité conventionnelle correspondant à un allongement unitaire de 2 ‰ pour l'acier TOR 40, exprimée en $kg/cm^2$.

$\sigma_b$ résistance à la compression du béton sur cylindre, en $kg/cm^2$

$Q_{exp}$ valeur expérimentale d'une charge concentrée à l'instant de la rupture, en kg.

$Q_{th}$ valeur théorique d'une charge concentrée à l'instant de la rupture, en kg.

Les autres notations sont définies dans le texte.

5.2. Application de la méthode exposée aux éléments essayés :

Etablissement des formules générales

5.21 - Poutres de référence "A"
5.211 - Moment observé

Le système étant statiquement déterminé, connaissant la charge de rupture expérimentale, on peut calculer le moment de rupture.

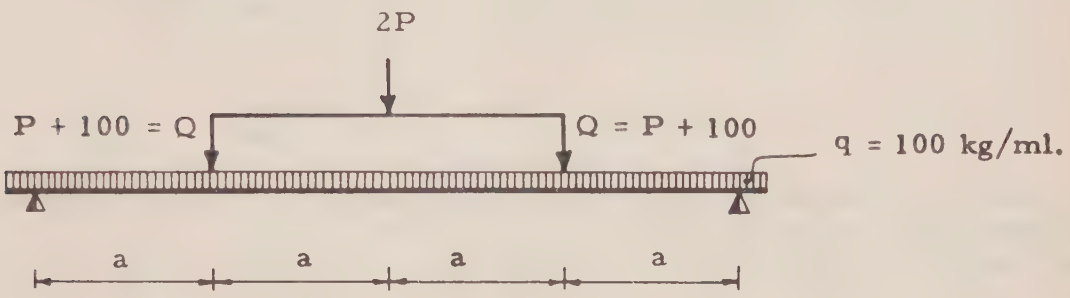



Fig. n° V - 1

Les charges appliquées sont :

- Poids propre de la poutre, soit $q = 100$ kg/ml
- Deux charges concentrées constituées chacune avant toute action du vérin, par la moitié du poids du palonnier soit $\frac{200}{2} = 100$ kg

Si l'effort exercé par le vérin est égal à 2P, chaque charge concentrée aura pour valeur :

$$Q = (P + 100) \text{ kg}$$

Il est évident que le moment maximum se produit au milieu de la poutre et la charnière plastique devrait se produire normalement dans cet endroit

Fig n° V-2. Mais pour quelques unes des poutres essayées la charnière

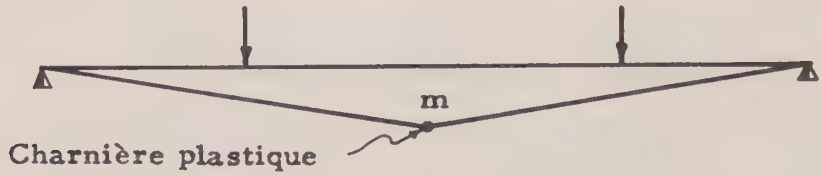



Fig. n° V - 2

plastiques s'est produite sous une des charges concentrées, ce qui donne le mécanisme de rupture suivant; fig n° V - 3

Fig. n° V - 3

A noter que, pour les charges concentrées les deux mécanismes donnent le même moment de rupture soit:

$$m_s = aQ$$

mais en ce qui concerne l'effet du poids propre, le résultat change d'un mécanisme à l'autre. Pour le premier mécanisme le moment dû au poids propre est égal à :

$$m_p = 2\,a^2 q$$

de même pour le deuxième :

$$m_p = 1{,}5\,a^2 q$$

Comme le poids propre ne constitue qu'une petite partie de la charge de rupture, la différence entre les deux valeurs de $m_p$ n'influe pas beaucoup sur le moment de rupture. Nous choisissons par conséquent, pour nos calculs le premier mécanisme qui est d'ailleurs le plus logique. Pour les charges concentrées, comme il vient d'être signalé, l'application du théorème des travaux virtuels à ce mécanisme nous donne : (avec 4a = 2,50 m)

$$Q = \frac{1}{a}\, m_s$$

$$m_s = 0{,}625\ Q$$

et pour le poids propre de la poutre nous obtenons :

$$m_p = 2a^2 q = 2 \times 100\ (0{,}625)^2 = 78{,}125 \text{ kg.m.}$$

Le moment total à la charnière plastique que nous appellerons "Moment observé" sera donc égal à

$$m_{A\ obs} = m_s + m_p$$

d'où

(1) $$\boxed{m_{A\ obs} = 0{,}625\ Q + 78{,}125\ kg.m}$$

Nous baserons nos calculs concernant les poutres-dalles continues ainsi que le calcul de nos dalles sur ce moment observé des poutres-dalles simples.

5.212 - Moment calculé

Etant donné l'importance capitale de calcul à la rupture des poutres, nous avons consacré un paragraphe à étudier ce problème. Nous en parlerons au paragraphe 5.4 ,et pour l'instant nous ne nous en occupons pas.

5.22 - Poutres-dalles de référence "B"
5.221 - Moment calculé

L'étude des paramètres fondamentaux dont dépend la rupture d'une poutre fléchie en béton armé a montré que selon le mode de chargement prévu et selon le type de pièce la rupture survient par la déficience ou de l'acier tendu ou du béton comprimé. Il est rare que les deux matériaux cèdent simultanément et la charge de rupture ne dépend que de l'un d'eaux seulement.

Pour les éléments essayés nous n'avons observé que la rupture par insuffisance de l'armature tendue. La conséquence en est que la résistance à la compression du béton n'influe pas sur la charge de rupture et c'est la résistance à la traction de l'armature qui joue le rôle essentiel.

Ceci étant, le moment de rupture en travée de la poutre-dalle continue, en le supposant proportionnel au moment de rupture de la poutre-dalle simple correspondante, peut être déterminé en multipliant $m_{A\ obs}$ par le rapport $\frac{h_{poutre\ B}}{h_{poutre\ A}}$ où h est la hauteur utile de la poutre. A la section de l'acier tendue et $\sigma_e$ , la limite d'élasticité de celui-ci étant les mêmes pour les deux poutres n'interviennent pas dans le rapport de proportionnalité. Nous appelons le moment ainsi trouvé "Moment calculé" et nous le désignons par $m_{B\ cal}$.

(2) $$\boxed{m_{B\ cal} = m_{A\ obs} \times \frac{h"B"}{h"A"}}$$

Rappelons que le moment sur appui sera égal à

$$m'_B = \beta m_B$$

où $\beta$ est égal à

$$\beta = \frac{A'h'}{Ah}$$

(h' et A' sont respectivement la hauteur utile et la section d'acier sur appui).

5.222 - Moment observé

Le mécanisme de rupture observé lors des essais pour toutes les poutres-dalles continues est montré sur la figure n° V - 4.

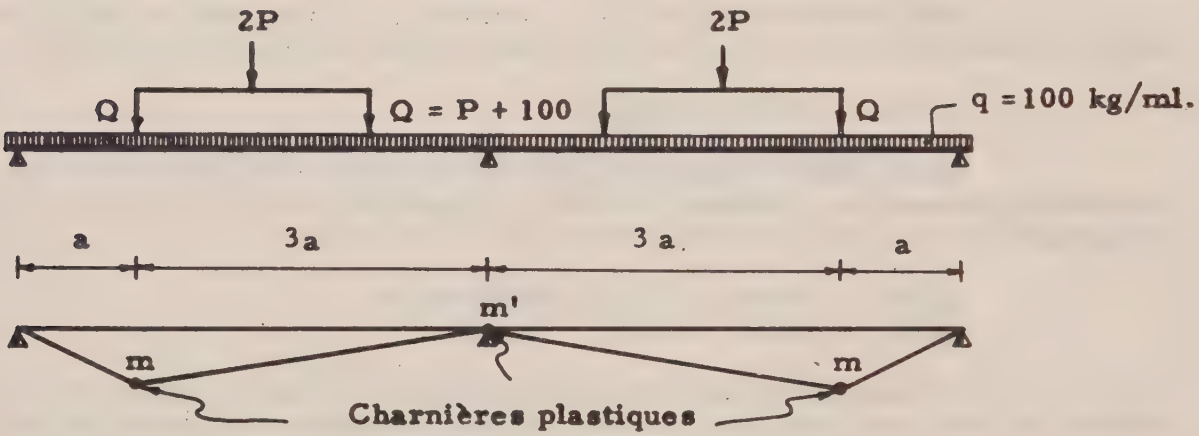



Fig. n° V - 4

Les charges appliquées sur chaque travée sont les mêmes que pour une poutre-dalle simple.

Application du théorème des travaux virtuels à ce mécanisme donne pour les charges concentrées et pour une flèche égale à l'unité au droit des charges extrêmes :

$$2m_s \times \frac{1}{a} + 2\,(m_s + m'_s) \times \frac{1}{3a} = 2\,Q \times 1 + 2\,Q \times \frac{1}{3}$$

en remplaçant $m'_s$ par sa valeur $\beta\, m_s$ , on obtient :

$$m_s = \frac{4\,Q\,a}{4 + \beta}$$

De même pour le poids propre on trouve :

$$2m_p \times \frac{1}{a} + 2\,(m_p + m'_p) \times \frac{1}{3a} = 2 \times qa \times \frac{1}{2} + 2 \times 3\,q\,a \times \frac{1}{2}$$

d'où avec $m'_p = \beta\, m_p$ :

$$m_p = \frac{6\,a^2\,q}{4 + \beta}$$

Il s'ensuit :

$$m_{B\ obs} = m_s + m_p = \frac{4\,Qa}{4+\beta} + \frac{6\,a^2 q}{4+\beta}$$

ce qui donne, avec 4a = 2,5 m et q = 100 kg/m.l.

$$(3) \qquad \boxed{m_{B\ obs} = \frac{2{,}5\,Q + 234{,}375}{4+\beta} \text{ kg.m.}}$$

Ayant établi cette formule nous pouvons évaluer les moments de rupture observés et les comparer avec les moments de rupture calculés par la relation (2).

On peut écrire la formule (3) sous la forme suivante qui nous permet d'évaluer la charge de rupture théorique en substituant $m_{B\ cal}$ à $m_{B\ obs}$:

$$(4) \qquad \boxed{Q_{th} = \frac{4+\beta}{2{,}5}\, m_{B\ cal} - 93{,}75 \text{ kg.}}$$

5.23 - Dalles :
5.231 - Moment calculé

Pour obtenir les moments de rupture calculés des dalles, nous procédons de la même manière que pour les poutres-dalles continues. De plus, pour obtenir directement le moment de rupture pour une bande de dalle de 1.00 m de largeur, nous introduisons le rapport

$$\frac{A_{dalle}}{A_{poutre\ "A"}}$$

$A_{dalle}$ étant la section de l'armature correspondant à cette largeur :

$$(5) \qquad \boxed{m_{Dcal} = m_{Aobs} \times \frac{h_{dalle}}{h_{poutres\ "A"}} \times \frac{A_{dalle}}{A_{poutre\ "A"}}}$$

Il va de soi que si l'on remplace $h_{dalle}$ et $A_{dalle}$ respectivement par $h_1$ et $A_1$ la hauteur utile et la section de l'acier du 1er lit, le moment calculé sera égal à $m_1$ , et on peut en déduire le moment sur une ligne charnière perpendiculaire au deuxième lit d'armature par la relation suivante :

$$m_2 = \alpha m_1$$

où $\alpha = \frac{A_2 \ h_2}{A_1 \ h_1}$

De même le moment sur appui sera égal à

$$m' = \beta \, m_2$$

où $\beta$ est égal à $\frac{A'h'}{A_2 h_2}$ A' et h' étant respectivement la section de l'acier et la hauteur utile de la dalle sur appui.

5.232 - Moment observé :

Maintenant, connaissant les charges de rupture expérimentales, nous nous proposons d'évaluer les moments de rupture observés et de les comparer avec les "moments calculés" obtenus par la relation (5).

Les charges appliquées sont :

- Le poids propre de la dalle, soit 250 kg/m2
- Quatre charges concentrées, constituées chacune par 1/4 du poids du profilé de répartition des charges et de la force développée par le vérin, soit :

$$Q = \frac{350}{4} + \frac{4P}{4} = (87,5 + P) \text{ kg}$$

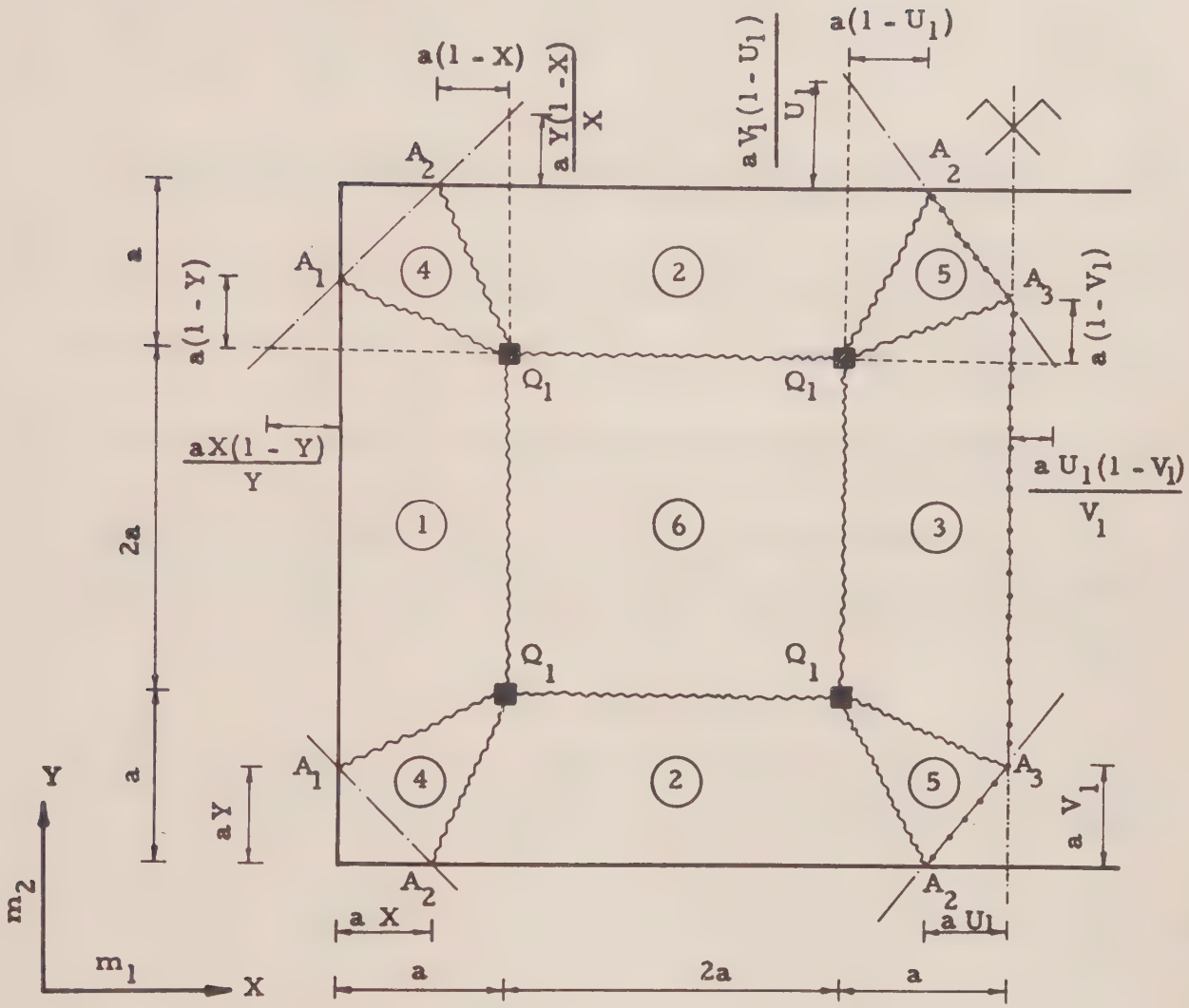
dans cette relation 4 P est l'effort exercé par le vérin.

Pour pouvoir calculer le moment de rupture, nous sommes obligés de trouver la figure de rupture exacte (ou tout au moins la figure la plus proche de celle-ci).

En première approximation nous considérons les dalles limitées aux axes d'appui, et comme l'influence sur la position des lignes charnières du poids propre de la dalle est insignifiante, nous cherchons la figure de rupture sous l'effet des seules charges concentrées.

Nous envisageons les deux mécanismes de rupture suivants qui dépendent de certains paramètres, et nous essayons de les déterminer d'après les principes de la théorie du Pr JOHANSEN.

5.2321 : Premier mécanisme de rupture.




Ligne charnière positive

Ligne charnière négative.

Fig. N° V-5

Appliquons le principe des travaux virtuels au premier mécanisme et donnons un déplacement fictif égal à l'unité aux points d'application des charges Q.

Les éléments de la dalle séparés par les lignes charnières subissent alors des rotations dont les axes sont représentés par les lignes d'appui sur leurs longueurs $A_1\ A_1$, $A_2\ A_2$, $A_3\ A_3$ respectivement pour les parties de dalle ① , ② et ③ .Ainsi que par les lignes $A_1\ A_2$ et $A_2\ A_3$ pour les portions ④ et ⑤ . La partie ⑥ ne subissant pas de rotation.

Le travail des charges appliquées est égal à $T_{Ex} = 4\ Q_1 \cdot 1$, et le travail dissipé dans les lignes charnières est égal à $T_{In} = {}_1\Sigma_{à\ 6}\ (m_{xi}\ \theta_{xi} + m_{yi}\ \theta_{yi})$ où

$m_{xi}$ = projection sur l'axe des x du moment total agissant sur les lignes charnières limitant la partie de dalle n° i

$m_{yi}$ = projection sur l'axe des y du moment total agissant sur les lignes charnières limitant la partie de dalle n°i

$\theta_{xi}$ = rotation par rapport à un axe parallèle à l'axe des x de la partie de dalle n° i

$\theta_{yi}$ = rotation par rapport à un axe parallèle à l'axe des y de la partie de dalle n° i

Nous savons que $m_2 = \alpha m_1$ et $m' = \beta m_2$ et nous pouvons calculer le moment de rupture agissant sur une ligne charnière faisant l'angle $\omega$ avec la charnière perpendiculaire au 1er lit d'armature par la relation suivante :

$$m_\omega = m_1\ \cos^2 \omega + m_2\ \sin^2 \omega$$

Mais, pour faciliter le calcul, nous n'utilisons pas cette formule et nous remplaçons chaque ligne charnière oblique par une ligne brisée formée des parties parallèles à $m_1$ et $m_2$ . Fig n° V-6

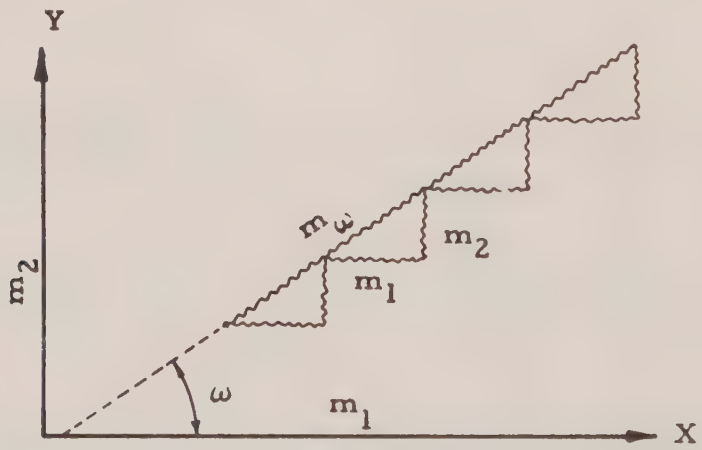



Fig N° V-6

Les rotations des différentes parties de dalle sont :

$\theta_{x1} = 0$ $\qquad$ $\theta_{y1} = \frac{1}{a}$

$$\theta_{x2} = \frac{1}{a} \qquad \theta_{y2} = 0$$

$$\theta_{x3} = 0 \qquad \theta_{y3} = \frac{1}{a}$$

$$\theta_{x4} = \frac{1}{a + \frac{aY(1-X)}{X}} = \frac{X}{a(X+Y-XY)} \qquad \theta_{y4} \quad \frac{1}{a + \frac{aX(1-Y)}{Y}} = \frac{Y}{a(X+Y-XY)}$$

$$\theta_{x5} = \frac{U_1}{a(U_1 + V_1 - U_1V_1)} \qquad \theta_{y5} = \frac{V_1}{a(U_1 + V_1 - U_1V_1)}$$

$$\theta_{x6} = \theta_{y6} = 0$$

Maintenant nous disposons de tous les éléments nécessaires pour établir l'équation du travail, et nous pouvons écrire :

$$T_{Ex} = T_{In}$$

d'où

$$4\,Q_1 = 2a(2-Y)\,m_{s2}\frac{1}{a} + 2a(4-X-U_1)\,m_{s1}\frac{1}{a} + 2a(2-V_1)(m_{s2} + m'_s)\frac{1}{a} +$$

$$2aX\,m_{s1}\frac{X}{a(X+Y-XY)} + 2aY\,m_{s2}\frac{Y}{a(X+Y-XY)} + 2a\,U_1\,m_{s1}\frac{U_1}{a(U_1+V_1-U_1V_1)} +$$

$$2a\,V_1\,(m_{s2} + m'_s)\frac{V_1}{a(U_1+V_1-U_1V_1)}$$

ou bien, toutes simplifications faites :

$$Q_1 = \left\{2 + 2\alpha + \alpha\beta - \frac{XY\left[(1-X)+\alpha(1-Y)\right]}{2(X+Y-XY)} - \frac{U_1V_1\left[(1-U_1)+\gamma(1-V_1)\right]}{2(U_1+V_1-U_1V_1)}\right\} m_{s1} \qquad (6a)$$

où $\gamma = \alpha(1+\beta)$

$Q_1$ est une fonction des paramètres X, Y, $U_1$ et $V_1$. Les valeurs de ces paramètres qui donnent le mécanisme de rupture exact doivent correspondre à la plus petite valeur de $Q_1$. En d'autres termes ils doivent satisfaire aux conditions suivantes :

$$\frac{\partial Q_1}{\partial X} = 0 \qquad \frac{\partial Q_1}{\partial Y} = 0 \qquad \frac{\partial Q_1}{\partial U_1} = 0 \qquad \frac{\partial Q_1}{\partial V_1} = 0$$

$$(I) \quad \left| \begin{array}{l} X^2 (1-Y) + 2XY - Y \left(\alpha(1-Y) + 1\right) = 0 \\ Y^2 (1-X) + 2XY - X \left(\frac{1}{\alpha}(1-X) + 1\right) = 0 \\ U_1^2(1-V_1) + 2U_1V_1 - V_1 \left(\gamma(1-V_1) + 1\right) = 0 \\ V_1^2(1-U_1) + 2U_1V_1 - U_1 \left(\frac{1}{\gamma}(1-U_1) + 1\right) = 0 \end{array} \right.$$

Les deux premières équations sont indépendentes de $U_1$ et de $V_1$ et nous fournissent les deux relations suivantes donnant X et Y en fonction de $\alpha$

$$(1-X)^6 - \alpha (1-X)^2 (X^2 + 6X - 3) - \alpha^2 (X^2 + 6X - 3) + \alpha^3 = 0$$

$$(1-Y)^6 - \frac{1}{\alpha} (1-Y)^2 (Y^2 + 6Y - 3) - \left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 (Y^2 + 6Y - 3) + \left(\frac{1}{\alpha}\right)^3 = 0$$

ces deux relations peuvent être représentées sous forme de deux courbes de la figure n° V - 7.

Nous limitons ces deux courbes d'une part à $\alpha = 0{,}25$ correspondant à $X = 0{,}5$ et à $Y = 1$, d'autre part à $\alpha = 4$ correspondant à $X = 1$ et à $Y = 0{,}5$.

Cela pour deux raisons : premièrement nous jugeons physiquement impossible $X > 1$ et $Y > 1$, deuxièmement ces deux valeurs de $\alpha$ ne sont jamais dépassées dans les cas courants.

Posons maintenant $X = f(\alpha)$ et $Y = g(\alpha)$. Les relations précédentes montrent que :

$$Y = g(\alpha) = f\left(\frac{1}{\alpha}\right)$$

donc une seule courbe aurait suffit pour déterminer X et Y, mais nous avons tracé les deux courbes pour pouvoir lire X et Y directement, dès que $\alpha$ est déterminé, sans passer par les opérations intermédiaires.

Les deux dernières équations du système (I) sont tout à fait analogues aux deux premières et par cette analogie nous pouvons écrire :

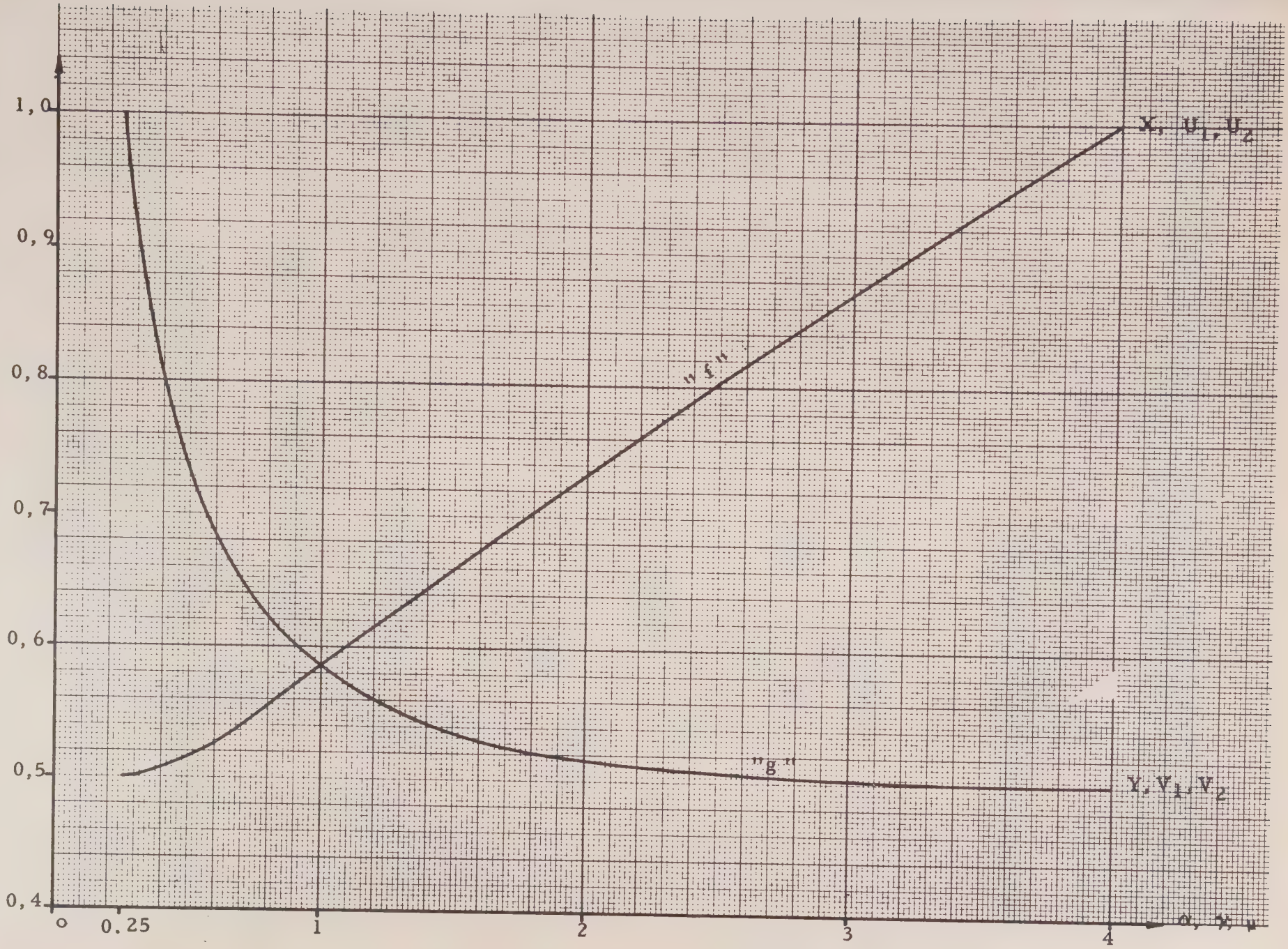


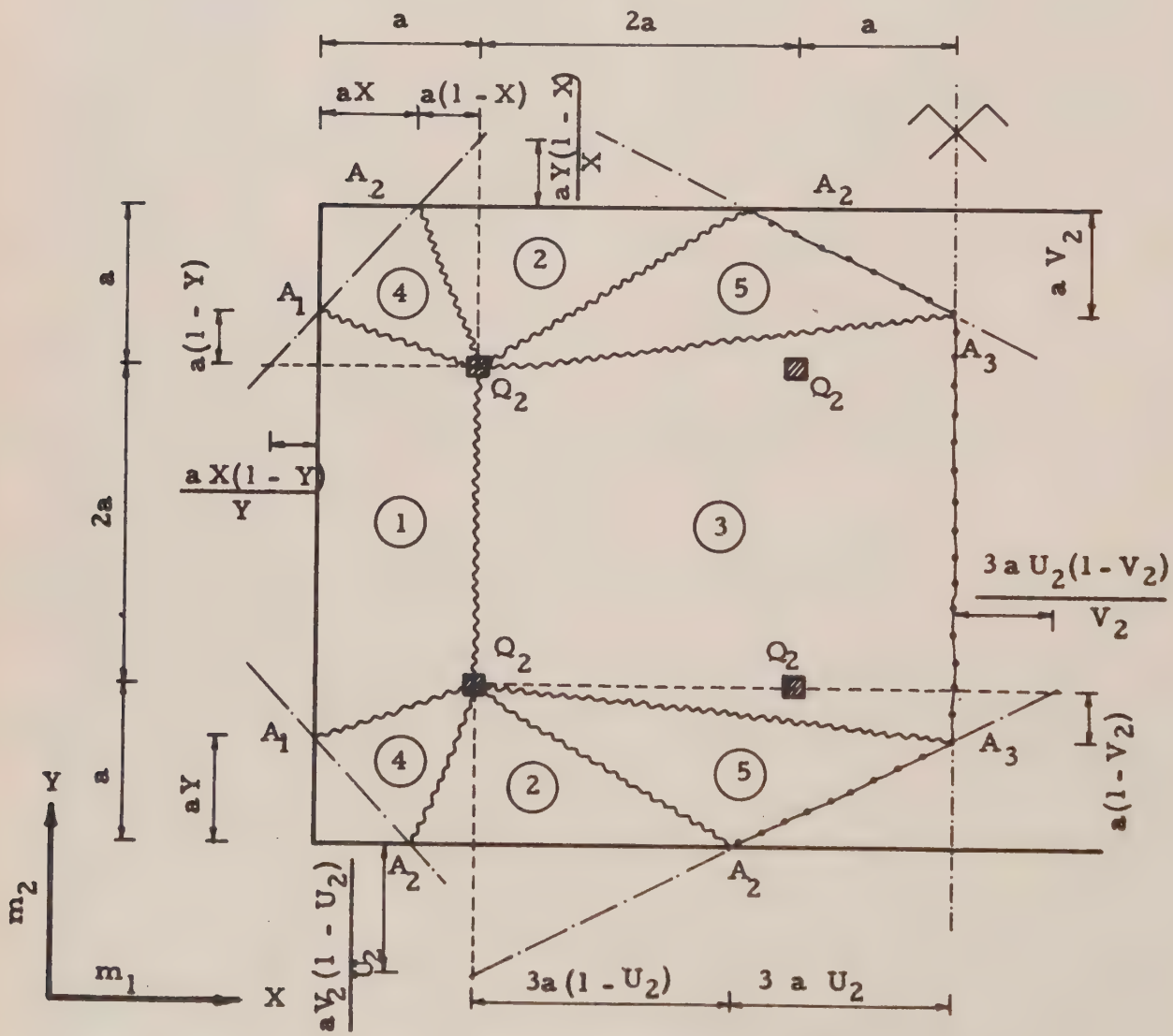

Fig N° V-7

$$U_1 = f\ (\gamma) \quad \text{et} \quad V_1 = g\ (\gamma)$$

en d'autres termes nous pouvons déterminer $U_1$ et $V_1$ directement en utilisant les deux courbes de la figure n° V - 7. X, Y, $U_1$ et $V_1$ étant déterminés le premier mécanisme de rupture est parfaitement défini.

5.2322 - Deuxième mécanisme de rupture.

Examinons maintenant le deuxième mécanisme de rupture :




Ligne charnière positive.

Ligne charnière négative.

Fig N° V-8

Pour un déplacement virtuel des points d'application des deux charges concentrées extrêmes, le travail des charges appliquées est égal à

$$T_{Ex} = 2 \left(Q.1 + Q.\frac{1}{3}\right)$$

et le travail des forces internes se traduit par la relation suivante :

$$T_{In} = \sum_{1 \text{ à } 5} \left(m_{xi} \ \theta_{xi} + m_{yi} \ \theta_{yi}\right)$$

où $m_{xi}$ , $m_{yi}$ , $\theta_{xi}$ et $\theta_{yi}$ ont les mêmes significations que pour le premier mécanisme de rupture.

Les différentes valeurs de $\theta_{xi}$ et de $\theta_{yi}$ sont :

$$\theta_{x1} = 0 \qquad \theta_{y1} = \frac{1}{a}$$

$$\theta_{x2} = \frac{1}{a} \qquad \theta_{y2} = 0$$

$$\theta_{x3} = 0 \qquad \theta_{y3} = \frac{1}{a}$$

$$\theta_{x4} = \frac{X}{a\,(X + Y - XY)} \qquad \theta_{y4} = \frac{Y}{a\,(X+Y - XY)}$$

$$\theta_{x5} = \frac{1}{a + \dfrac{aV_2\,(1-U_2)}{U_2}} = \frac{U_2}{a\,(U_2 + V_2 - U_2V_2)}$$

$$\theta_{y5} = \frac{1}{3a + \dfrac{3aU_2(1-V_2)}{V_2}} = \frac{V_2}{3a\,(U_2 + V_2 - U_2V_2)}$$

L'égalité des travaux virtuels des forces internes et des forces appliquées s'écrit alors :

$$\frac{8\,Q_2}{3} = 2a\,(2 - Y)\,m_{s2}\,\frac{1}{a} + 2a\,(4-X-3U_2)\,m_{s1}\,\frac{1}{a} + 2a\,(2-V_2)(m_{s2} + m'_s)\,\frac{1}{3a} +$$

$$+ 2aXm_{s1} \frac{X}{a\,(X+Y-XY)} + 2aYm_{s2} \frac{Y}{a\,(X+Y-XY)} + 6aU_2m_{s1} \frac{U_2}{a\,(U_2+V_2-U_2V_2)}$$

$$+ 2aV_2\ (m_{s2} + m'_s) \frac{V_2}{a\,(U_2+V_2-U_2V_2)} \qquad \text{d'où, avec } m_{s2} = \alpha m_{s1} \ ,$$

$$m'_s = \beta m_{s2} \qquad \text{et} \qquad \mu = \frac{\alpha\,(1+\beta)}{9} \ :$$

$$Q_2 = \left\{ 3 + 2\,\alpha + 0{,}5\,\alpha\beta \right) - \frac{3XY\,\left[(1-X)+\alpha\,(1-Y)\right]}{4\,(X+Y-XY)} - \frac{9\,U_2\,V_2\,\left[(1-U_2)+\mu(1-V_2)\right]}{4\,(U_2+V_2-U_2V_2)} \right\} m_{s1}$$

( 6 b)

On voit que $Q_2$ dépend de quatre paramètres X , Y , $U_2$ et $V_2$

Le mécanisme de rupture exact doit être tel que la valeur de $Q_2$ soit minimale. Autrement dit les paramètres doivent satisfaire aux conditions ci-après :

$$\frac{\partial Q_2}{\partial X} = 0 \qquad \frac{\partial Q_2}{\partial Y} = 0 \qquad \frac{\partial Q_2}{\partial U_2} = 0 \qquad \frac{\partial Q_2}{\partial V_2} = 0$$

Ces conditions se résument dans le système de quatre équations suivant :

$$(II) \quad \left| \begin{array}{l} X^2\,(1-Y) + 2XY - Y\,\left[\alpha\,(1-Y) + 1\right] = 0 \\ Y^2\,(1-X) + 2XY - X\,\left(\frac{1}{\alpha}\,(1-X) + 1\right) = 0 \\ U_2^{\,2}\,(1-V_2) + 2U_2V_2 - V_2\,\left[\mu(1-V_2) + 1\right] = 0 \\ V_2^{\,2}\,(1-U_2) + 2U_2V_2 - U_2\,\left(\frac{1}{\mu}\,(1-U_2) + 1\right) = 0 \end{array} \right.$$

Les deux premières équations sont identiques à celles du système (I) et nous avons :

$$X = f\,(\alpha) \qquad , \qquad Y = g\ \ (\alpha)$$

Des deux dernières équations du système (II), il résulte :

$$U_2 = f(\mu) \quad , \quad V_2 = g(\mu)$$

par conséquent les deux courbes de la figure n° V - 7 peuvent nous fournir les valeurs de X , Y , $U_2$ et $V_2$ qui définissent le deuxième mécanisme de rupture.

Remarque :

Dans le cas particulier où $\alpha = 1$ nous avons

$$X = Y = 2 - \sqrt{2}$$

$$U_1 = 1 + \sqrt{1+\beta} - \sqrt{2\sqrt{1+\beta}}$$

$$V_1 = 1 + \frac{1}{\sqrt{1+\beta}} - \sqrt{\frac{2}{\sqrt{1+\beta}}}$$

$$U_2 = 1 + \frac{\sqrt{1+\beta}}{3} - \sqrt{\frac{2\sqrt{1+\beta}}{3}}$$

$$V_2 = 1 + \frac{3}{\sqrt{1+\beta}} - \sqrt{\frac{6}{\sqrt{1+\beta}}}$$

enfin

$$Q_1 = \left(2\sqrt{2} + \frac{\beta}{2} + \sqrt{1+\beta}\,\sqrt{2\sqrt{1+\beta}} + \sqrt{2\sqrt{1+\beta}} - 2\sqrt{1+\beta}\right) m_s$$

et

$$Q_2 = \left(3\sqrt{2} - 2 + \frac{\beta}{4} + \frac{1}{2}\sqrt{1+\beta}\,\sqrt{6\sqrt{1+\beta}} + 1{,}5\sqrt{6\sqrt{1+\beta}} - 3\sqrt{1+\beta}\right) m_s$$

où

$$m_{s1} = m_{s2} = m_s$$

5.2323 - Choix du mécanisme de rupture.

Jusqu'ici nous avons étudié les deux mécanismes de rupture envisagés et nous avons trouvé pour chacun d'eux les conditions qui rendent minimale la charge de rupture. Ces deux mécanismes de rupture sont possibles et sont d'ailleurs confirmés par l'expérience : voir photographies des dalles Fig n° IV - 1 à IV - 9. Surtout les grands soulèvements des angles libres des dalles prouvent la configuration des lignes charnières aux coins des dalles : voir sur les tableaux n° 4 - 12 à 4 - 14 les flèches négatives des comparateurs n° 50 à 56. Mais nous ne savons pas exactement lequel des deux mécanismes se produit sous l'effet des surcharges.

Pour choisir le mécanisme de rupture qui servira de base à nos calculs, nous faisons appel aux théorèmes fondamentaux de l'analyse limite : Théorèmes de la borne inférieure et de la borne supérieure. D'après ces théorèmes, le mécanisme réel est celui qui donne la charge de rupture la plus petite.

Ceci étant, pour chaque dalle, il faut calculer $Q_1$ et $Q_2$ pour pouvoir choisir le mécanisme de rupture à utiliser. Cette solution est longue et laborieuse, mais on peut faciliter le choix en établissant l'abaque de la figure n° V - 9.

Nous avons démontré (formules 6a et 6b)

$$Q_1 = \left\{ 2 + 2\alpha + \alpha\beta - \frac{XY\left[(1-X)+\alpha(1-Y)\right]}{2(X+Y-XY)} - \frac{U_1V_1\left[(1-U_1)+\gamma(1-V_1)\right]}{2(U_1+V_1-U_1V_1)} \right\} m_{s1}$$

et

$$Q_2 = \left\{ 3 + 2\alpha + 0{,}5\,\alpha\beta - \frac{3XY\left[(1-X)+\alpha(1-Y)\right]}{4(X+Y-XY)} - \frac{9U_2V_2\left[(1-U_2)+\mu(1-V_2)\right]}{4(U_2+V_2-U_2V_2)} \right\} m_{s1}$$

on peut écrire ces deux relations sous les formes suivantes :

$$C_1 = \frac{Q_2}{m_{s1}} = 2+2\alpha+\alpha\beta - \frac{XY\left[(1-X)+\alpha(1-Y)\right]}{2(X+Y-XY)} - \frac{U_1V_1\left[(1-U_1)+\gamma(1-V_1)\right]}{2(U_1+V_1-U_1V_1)}$$

$$C_2 = \frac{Q_2}{m_{s1}} = 3+2\alpha+0{,}5\alpha\beta - \frac{3XY\left[(1-X)+\alpha(1-Y)\right]}{4(X+Y-XY)} - \frac{9U_2V_2\left[(1-U_2)+\mu(1-V_2)\right]}{4(U_2+V_2-U_2V_2)}$$

Maintenant en se limitant de part et d'autre à $\alpha = 0,6$ et à $\alpha = 1,4$ nous traçons pour différentes valeurs de $\alpha$ les courbes donnant $C_1$ et $C_2$ en fonction de $\beta$. Pour une valeur donnée de $\alpha, \alpha_j$ par exemple, ces courbes se coupent en un point J. Pour $\alpha = \alpha_j$ et $\beta = \beta_j$ relatif à ce point les deux mécanismes de rupture donnent une seule valeur pour $C = \frac{Q}{m_{s1}}$ c'est-à-dire:

$$\frac{Q_1}{m_{s1}} = \frac{Q_2}{m_{s1}}$$

d'où

$$Q_1 = Q_2$$

autrement dit pour $\alpha = \alpha_j$, quand $\beta = \beta_j$ on trouve la même charge de rupture indépendamment du mécanisme de rupture choisi. Mais quand $\beta < \beta_j$, le premier mécanisme donne la plus petite charge de rupture et doit être considéré comme le mécanisme réel. Pour $\beta > \beta_j$ on constate que $Q_2 < Q_1$ par conséquent à partir de $\beta = \beta_j$ la configuration des lignes charnières sera conforme à celle du deuxième mécanisme de rupture.

En faisant varier $\alpha$, le point J engendre la courbe (I) qui constitue la frontière entre les deux mécanismes de rupture.

Sur cet abaque se trouve une deuxième courbe, courbe (II) qui est le lieu géométrique des points H pour lesquels :

$$U_2 = 0,5 \qquad V_2 = 1,00$$

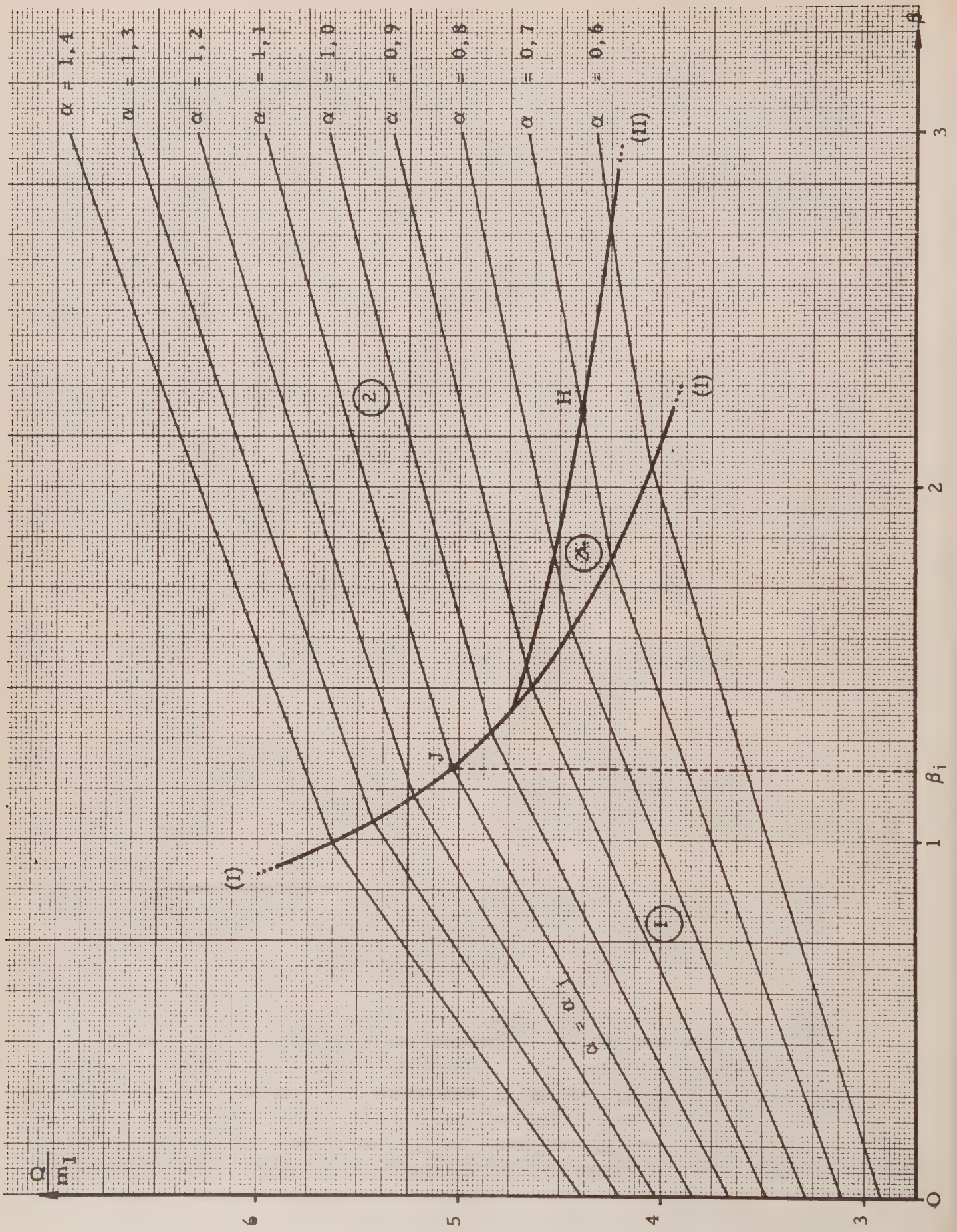
Entre ces deux courbes nous utilisons le deuxième mécanisme de rupture mais nous considérons $U_2 = C^{nte} = 0,5$ et $V_2 = C^{nte} = 1,00$ car $V_2$ ne peut être en aucun cas supérieur à 1. L'expression de $\frac{Q_2}{m_{s1}}$ peut s'écrire alors :

$$\frac{Q_2}{m_{s1}} = 3+2\alpha+0,5\alpha\beta - \frac{3XY\left((1-X)+\alpha(1-Y)\right)}{4\left(X+YY-XY\right)} - \frac{9\,U_2V_2\left((1-U_2)+\mu(1-V_2)\right)}{4\left(U_2+V_2-U_2V_2\right)}$$

$$\frac{Q_2}{m_{s1}} = 3+2\alpha+0,5\alpha\beta - \frac{3XY\left((1-X)+\alpha(1-Y)\right)}{4\left(X+Y-XY\right)} - 0,5625$$

et pour une valeur donnée de $\alpha$ on peut écrire :

$$\frac{Q_2}{m_{s1}} = K\beta + L$$


α = 1,4
α = 1,3
α = 1,2
α = 1,1
α = 1,0
α = 0,9
α = 0,8
α = 0,7
α = 0,6
(II)
(I)
H
J
(I)
(2)
(1)
α = α 1
Q/m1
β
βi
O
1
2
3
4
5
6

où K et L sont des coefficients numériques. Donc entre les deux courbes (I) et (II) la variation de $\frac{Q_2}{m_{s1}}$ en fonction de $\beta$ est linéaire.

Une fois cet abaque établi on peut choisir facilement le mécanisme de rupture. Il suffit de calculer $\alpha$ et $\beta$ et de porter le point figuratif correspondant sur l'abaque : Si ce point se trouve dans la zone (1) ou (2) on adoptera pour la dalle respectivement le premier ou le deuxième mécanisme de rupture. Pour les points se trouvant dans la zone (2') le deuxième mécanisme sera valable avec toujours $U_2 = 0,5$ et $V_2 = 1,00$. De plus, on peut lire directement sur l'axe des ordonnées la valeur de $C = \frac{Q}{m_{s1}}$, ce qui facilite considérablement le calcul.

### 5.2324 - L'effet des bords

Après avoir choisi le mécanisme de rupture, connaissant les charges de rupture, nous pouvons calculer les moments résistants ultimes, ou bien en se basant sur les valeurs calculées de ces moments, nous pouvons évaluer les charges théoriques de rupture. Pour étudier la forme du mécanisme de rupture nous avons considéré les dalles comme limitées aux axes d'appui et nous avons négligé le poids propre de la dalle, mais en ce qui concerne le calcul de la charge de rupture et le moment résistant ultime, nous n'en avons plus le droit. Il est évident que la dalle n'étant pas limitée aux axes d'appui, les lignes charnières ne se limitent pas non plus à ces axes et se dirigent jusqu'aux bords de la dalle et rencontrent de nouvelles barres d'acier.

De ce fait, quand on applique le théorème des travaux virtuels aux système, le travail des forces internes se trouve augmenté et entraîne une augmentation de la charge appliquée. Notons que, en ce qui concerne cette augmentation de la charge, ce n'est pas la section du béton qui compte et ce sont les barres d'acier rencontrées en dehors des axes d'appui qui jouent le rôle essentiel, puisque les pourcentages d'armature n'étant pas très élevés la rupture est causée par insuffisance de l'acier. Tout cela montre d'une façon indiscutable qu'il faut tenir compte de section totale d'acier existant dans chaque direction.

Deux solutions peuvent être envisagées :

La première et la plus logique consiste à baser les calculs sur la section réelle d'armature par mètre linéaire $A_r$ et à définir la dimension $l$ de la dalle dans chaque direction à partir de la relation suivante :

$$l = \frac{\Omega}{A_r}$$

où $\Omega$ est la section totale d'acier dans le sens considéré. Si $n$ est le nombre des barres et $e$ la distance entre axes de deux barres consécutives exprimée en cm. cette relation peut s'écrire :

$$l = \frac{n \times \text{section d'une barre}}{\frac{100}{e} \times \text{section d'une barre}} = \frac{n.e}{100}$$

( l est exprimé en m.)

cette solution bien que logique exige un travail considérable.

**NOTA :** La distance entre axes d'appui reste toujours égale à 4a.

La deuxième solution consiste à considérer la dalle limitée aux axes d'appui et à définir une section fictive d'armature $A_f$ telle que :

$$A_f = \frac{\Omega}{4\,a}$$

cette solution est évidemment moins précise que la première, mais elle permet de mener le calcul plus facilement.

Dans le but de simplifier l'exposé nous choisirons la deuxième solution et nous montrerons plus loin que la différence entre les résultats obtenus en utilisant l'une ou l'autre est négligeable et que cette différence n'atteint même pas un pour cent.

Ayant choisi la deuxième solution, les formules 6a et 6b restent valables pour étudier l'effet de la surcharge. De ces formules résulte :

Pour le premier mécanisme :

$$m_{s1} = \frac{Q_1}{2+2\,\alpha+\alpha\beta - \frac{XY\left[(1-X)+\alpha\,(1-Y)\right]}{2\,(X+Y-XY)} - \frac{U_1V_1\left[(1-U_1)+\gamma\,(1-V_1)\right]}{2\,(U_1+V_1-U_1V_1)}} = \frac{Q_1}{C_1}$$

Pour le deuxième mécanisme :

$$m_{s1} = \frac{Q_2}{3+2\,\alpha+0{,}5\,\alpha\beta - \frac{3XY\left[(1-X)+\alpha\,(1-Y)\right]}{4\,(X+Y-XY)} - \frac{9\,U_2V_2\left[(1-U_2)+\mu\,(1-V_2)\right]}{4\,(U_2+V_2-U_2V_2)}} = \frac{Q_2}{C_2}$$

où $m_{s1}$ est le moment provoqué par les surcharges sur une ligne charnière normale au premier lit d'armature.

Notons en passant que **ces relations sont indépendantes de a et** l'augmentation ou la diminution des dimensions de la dalle, en conservant la valeur de $m_1$, ne changera pas la charge de rupture ou inversement, pour une charge Q constante la valeur de $m_1$ ne dépend pas des dimensions de la dalle.

5.2325 - Effet du poids propre de la dalle.

Pour le tracé des lignes charnières ainsi obtenu l'action **du poids** propre de la dalle se traduit par des moments supplémentaires sur les **lignes** charnières. En applicant une autre fois lé théorème des travaux virtuels, nous pouvons évaluer la valeur de ces moments.

Premier mécanisme de rupture :

Dans le système d'axes O $\xi\eta$ l'équation de la ligne droite

$A_1$ $A_2$ s'écrit

$$\eta X + \xi Y - aXY = 0$$

d'où

$$d = \frac{a\,(X + Y - XY)}{\sqrt{X^2 + Y^2}}$$

et

$$d' = \frac{a\,X\,Y}{\sqrt{X^2 + Y^2}}$$

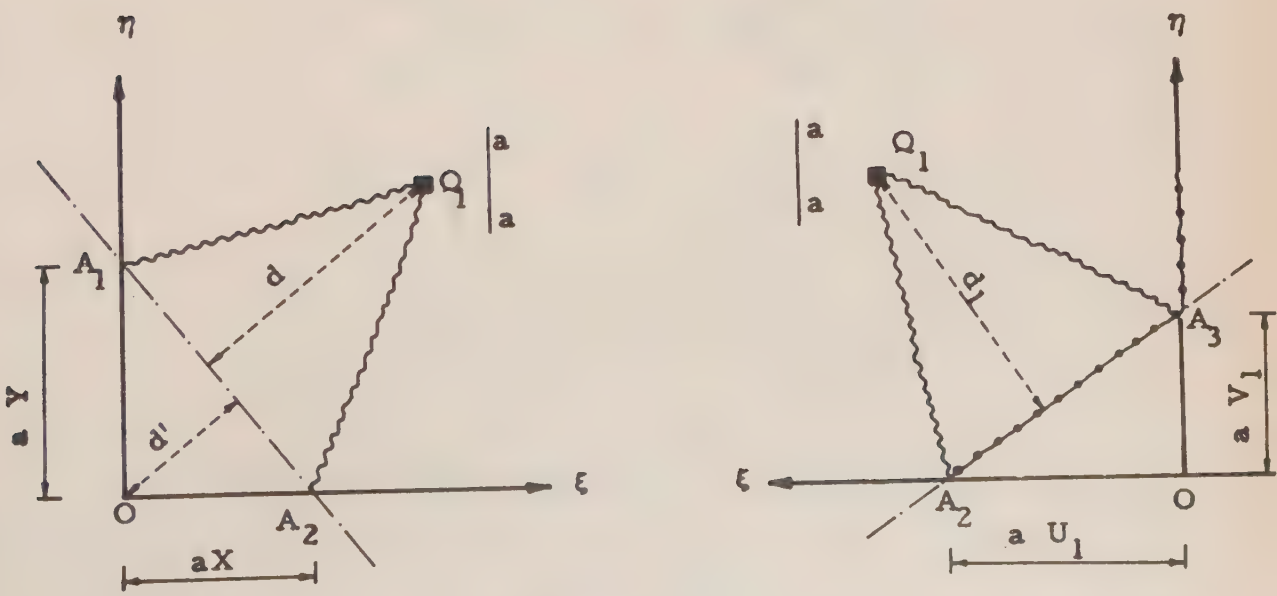



Fig n° V-10

De même pour $A_2\ A_3$ nous avons

$$\eta U_1 + \xi V_1 - a U_1 V_1 = 0$$

et

$$d_1 = \frac{a\,(U_1 + V_1 - U_1 V_1)}{\sqrt{U_1^2 + V_1^2}}$$

De plus

$$l_{A_1 A_2} = a\sqrt{X^2 + Y^2}$$

et

$$l_{A_2 A_3} = a\sqrt{U_1^2 + V_1^2}$$

En calculant le travail virtuel du poids propre de la dalle et en l'égalant aux travaux des forces internes nous obtenons :

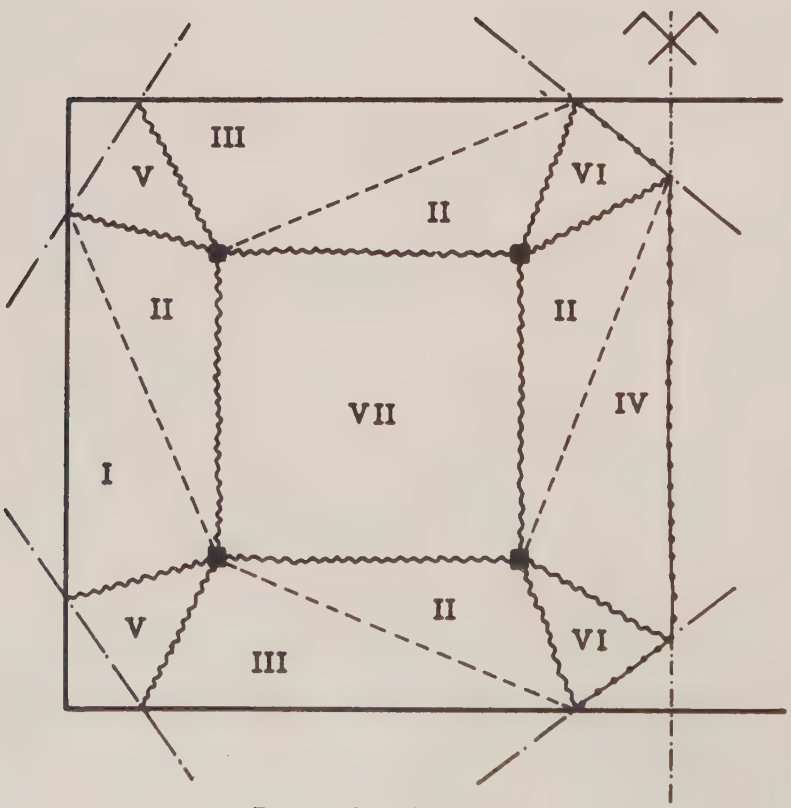



Fig N°V-11

$$(4a - 2aY)\frac{a}{2} \times q \times \frac{1}{3} + 4\,(2a \times \frac{a}{2} \times q \times \frac{2}{3}) + 2\,[(4a - aX - aU_1)\frac{a}{2} \times q \times \frac{1}{3}) +$$

$$(4a - 2aV_1)\frac{a}{2} \times q \times \frac{1}{3} + 2\Big(a\sqrt{X^2 + Y^2} \times \frac{a\,(X+Y-XY)}{2\sqrt{X^2 + X^2}} \times q \times \frac{1}{3}\Big) -$$

$$2\Big(a\sqrt{X^2+Y^2} \times \frac{a\,X\,Y}{2\sqrt{X^2+Y^2}} \times q \times \frac{1}{3} \times \frac{\frac{a\,X\,Y}{\sqrt{X^2+Y^2}}}{\frac{a(X+Y-XY)}{\sqrt{X^2+Y^2}}}\Big) + 2\Big(a\sqrt{V_1^{\,2}+V_1^{\,2}} \times \frac{a(U_1+V_1-U_1V_1)}{2\sqrt{U_1^{\,2}+V_1^{\,2}}} \times q \times \frac{1}{3}\Big) +$$

$$2a \times 2a \times q \times 1 = 4\Big\{2+2\alpha+\alpha\beta - \frac{XY[(1-X)+\alpha(1-Y)]}{2(X+Y-XY)} - \frac{U_1\,V_1[(1-U_1)+\gamma(1-V_1)]}{2(U_1+V_1-U_1V_1)}\Big\}\ m_{p1}$$

d'où

$$m_{p1} = \frac{a^2\,q\left(28 - \dfrac{XY\,(X+Y)}{X+Y-XY} - U_1V_1\right)}{12\left\{2+2\,\alpha+\alpha\beta - \dfrac{XY\,[(1-X)+\alpha\,(1-Y)]}{2\,(X+Y-XY)} - \dfrac{U_1V_1\,[(1-U_1)+\gamma\,(1-V_1)]}{2\,(U_1+V_1-U_1V_1)}\right\}}$$

Le moment total sur une ligne charnière normale au premier lit sera égal à

$$m_{1obs} = m_{s1} + m_{p1}$$

en remplaçant $m_{s1}$ et $m_{p1}$ par leurs valeurs trouvées précédemment nous obtenons

$$m_{1obs} = \frac{Q_1 + \dfrac{a^2 q}{12}\left(28 - \dfrac{XY\,(X+Y)}{X+Y-XY} - U_1V_1\right)}{\left\{2+2\,\alpha+\alpha\beta - \dfrac{XY\,[(1-X)+\alpha\,(1-Y)]}{2\,(X+Y-XY)} - \dfrac{U_1V_1\,[(1-U_1)+\gamma\,(1-V_1)]}{2\,(U_1+V_1-U_1V_1)}\right\}}$$

En substituant $m_{1cal}$ à $m_{1obs}$ cette relation peut s'écrire sous la forme suivante qui nous permet d'évaluer la charge de rupture théorique

$$Q_{1th} = \left\{ 2+2\alpha+\alpha\beta - \frac{XY\left[(1-X)+\alpha(1-Y)\right]}{2(X+Y-XY)} - \frac{U_1V_1\left[(1-U_1)+\gamma(1-V_1)\right]}{2(U_1+V_1-U_1V_1)} \right\} m_{1cal}$$

$$- \frac{a^2q}{12}\left(28 - \frac{XY(X+Y)}{X+Y-XY} - U_1V_1\right)$$

Ces deux formules peuvent s'écrire sous les formes suivantes:

(7a) $$m_{1obs} = \frac{Q_1 + \frac{a^2q}{12}\left(28 - \frac{XY(X+Y)}{X+Y-XY} - U_1V_1\right)}{C_1}$$

et

(8a) $$Q_{1th} = C_1 m_{1cal} - \frac{a^2q}{12}\left(28 - \frac{XY(X+Y)}{X+Y-XY} - U_1V_1\right)$$

On peut lire $C_1$ directement sur l'abaque de la figure n° V - 9, dès que l'on connaît $\alpha$ et $\beta$

Deuxième mécanique de rupture :

Dans le système d'axes $O\xi\eta$ l'équation de la ligne droite $A_2A_3$ s'écrit:

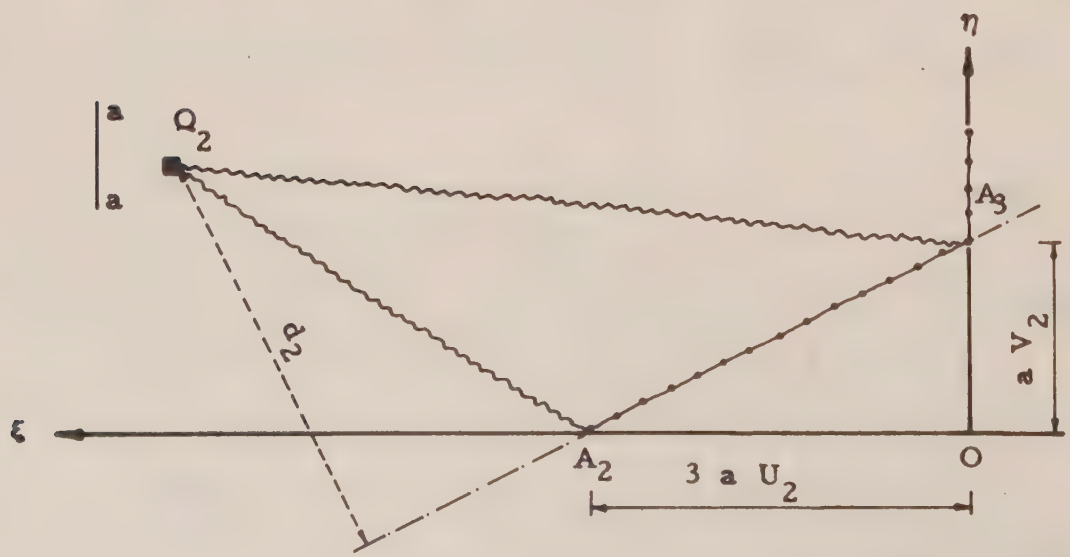



Fig N° V-12

$$3\,U_2\,\eta + V_2\,\xi - 3aU_2V_2 = 0$$

d'où

$$d_2 = \frac{3\,a\,(U_2 + V_2 - U_2V_2)}{\sqrt{9\,U_2^2 + V_2^2}}$$

et

$$l_{A_2A_3} = \sqrt{9\,U_2^2 + V_2^2}$$

Avec ces valeurs de $d_2$ et $l_{A_2\,A_3}$ et pour le poids propre de la dalle le principe des travaux virtuels s'écrit :

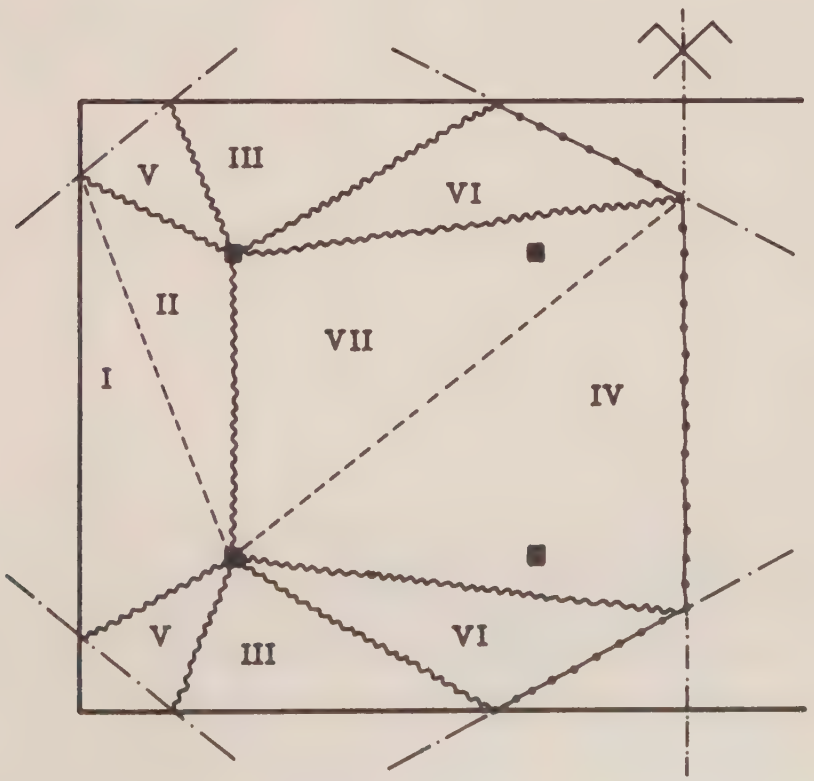



Fig N°V-13

$$\frac{a^2q}{3}(2-Y) + \frac{2a^2q}{3} + \frac{a^2q}{3}(4-X-3U_2) + \frac{3a^2q}{3}(2-V_2) + \frac{6a^2q}{3} + \frac{a^2q}{3}(X+Y-XY) -$$

$$-\frac{a^2q}{3} \times \frac{X^2Y^2}{X+Y-XY} + \frac{3a^2q}{3}(U_2+V_2-U_2V_2) = \Big\{3+2\alpha+0{,}5\,\alpha\beta -$$

$$\frac{3XY\left[(1-X)+\alpha(1-Y)\right]}{4(X+Y-XY)} - \frac{9U_2V_2\left[(1-U_2)+\mu(1-V_2)\right]}{4(U_2+V_2-U_2V_2)}\Big\}\, m_{p1}$$

d'où le moment supplémentaire dû au poids propre de la dalle dans une charnière plastique normale au premier lit d'armature, égal à :

$$m_{p1} = \frac{\frac{qa^2}{12}\left(20 - \frac{XY(X+Y)}{X+Y-XY} - 3U_2V_2\right)}{3+2\alpha+0{,}5\,\alpha\beta - \frac{3XY\left[(1-X)+\alpha(1-Y)\right]}{4(X+Y-XY)} - \frac{9U_2V_2\left[(1-U_2)+\mu(1-V_2)\right]}{4(U_2+V_2-U_2V_2)}}$$

Le moment total agissant sur cette ligne charnière sera donc égal à :

$$m_{1obs} = m_{s1} + m_{p1}$$

ou bien

$$m_{1obs} = \frac{Q_2 + \frac{a^2q}{12}\left(20 - \frac{XY(X+Y)}{X+Y-XY} - 3U_2V_2\right)}{3+2\alpha+0{,}5\,\alpha\beta - \frac{3XY\left[(1-X)+\alpha(1-Y)\right]}{4(X+Y-XY)} - \frac{9U_2V_2\left[(1-U_2)+\mu(1-V_2)\right]}{4(U_2+V_2-U_2V_2)}}$$

En remplaçant $m_{1obs}$ par $m_{1cal}$ nous pouvons écrire cette relation sous la forme suivante qui exprime la valeur de la charge de rupture théorique.

$$Q_{rth} = \left\{ 3+2\alpha+0{,}5\,\alpha\beta - \frac{3XY\left[(1-X)+\alpha(1-Y)\right]}{4\,(X+Y-XY)} - \frac{9\,U_2V_2\left[(1-U_2)+\mu\,(1-V_2)\right]}{4\,(U_2+V_2-U_2V_2)} \right\} m_{1cal}$$

$$- \frac{a^2q}{12}\left(20 - \frac{XY\,(X+Y)}{X+Y-XY} - 3\,U_2V_2\right)$$

On peut écrire ces formules sous les formes suivantes :

( 7b)
$$m_{1obs} = \frac{Q_2 + \frac{a^2q}{12}\left(20 - \frac{XY\,(X+V)}{X+Y-XY} - 3\,U_2V_2\right)}{C_2}$$

et

( 8b)
$$Q_{2th} = C_2\,m_{1obs} - \frac{a^2q}{12}\left(12 - \frac{XY\,(X+Y)}{X+Y-XY} - 3\,U_2\,V_2\right)$$

$\alpha$ et $\beta$ étant déterminés, $C_2$ se lit directement sur l'abaque de la figure n° V -9.

Remarque :

La longueur des armatures sur appui étant limitée, la ligne charnière négative inclinée ne les rencontre pas sur toute sa longueur. Même où la ligne charnière traverse les barres à partir d'un certain point N la partie engagée dans le béton des barres n'est plus suffisamment longue pour qu'on puisse tenir compte de la totalité de la section de la barre. A partir de ce point la longueur ancrée va en diminuant jusqu'au zéro. Il en résulte immédiatement que le moment agissant sur cette ligne charnière n'est pas constant et à partir du point N il descend progressivement jusqu'au zéro fig. n° V - 14. Mais dans nos calculs nous avons considéré comme constant le moment agissant sur cette charnière plastique.

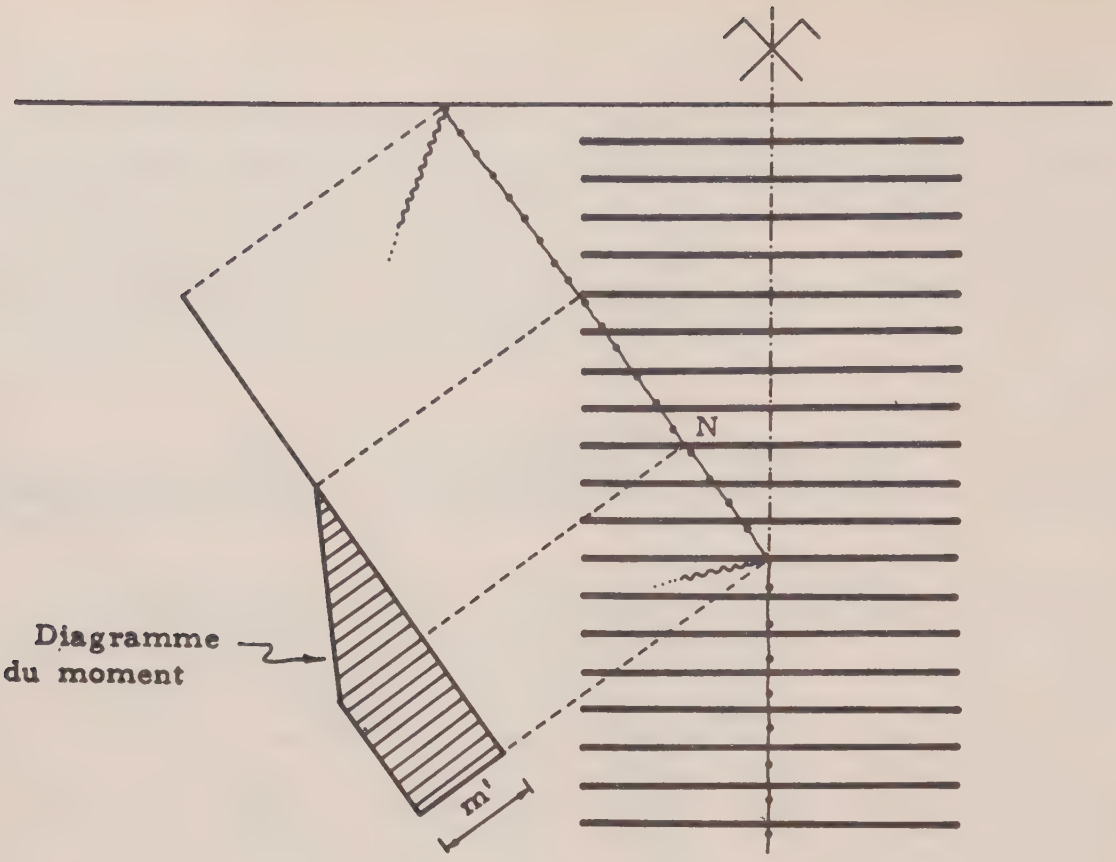



Fig N° V-14

Cette considération facilite considérablement le calcul et nous verrons plus loin que l'erreur qui en résulte est négligeable.

5.3 - Application des formules générales aux éléments essayés :

5.31 - Poutres - dalles de référence "A"

Pour nos poutres-dalles simples nous avons calculé $m_{Aobs}$ d'après la formule (1)

(1) $m_{Aobs} = 0,625\ Q_{exp} + 78,125$ kg.m.

Le tableau n° 5 - 1 intègre les données et les résultats du calcul.

Tableau N° 5 - 1

POUTRES DE REFERENCE " A "

| Poutre N° | b | $h_t$ | d | h | Armature | A | $\sigma_e$ | $\sigma_b$ | $2Q_{exp}$ | $m_{Aobs}$ | Remarques |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 | 40 * | 10,00 * | 2,00 * | 7,40 | 3 ϕ 12 doux | 3,39 | 3034 | 447,5 | 2703 | 923 | (I A) |
| 8 | 40 * | 10,00 * | 1,90 | 7,70 | 4 ϕ 8 crénelé | 2,01 | 5585 | 395,0 | 3385 | 1135 | |
| 9 | 40 * | 10,29 | 1,80 | 8,09 | 4 ϕ 8 TOR 40 | 2,01 | 5356 | 400,0 | 3119 | 1053 | |
| 10 | 40 * | 10,00 * | 2,22 | 7,18 | 4 ϕ 12 doux | 4,52 | 2802 | 447,5 | 3358 | 1127 | |
| 11 | 40 * | 10,20 | 2,14 | 7,66 | 3 ϕ 8 crénelé | 1,51 | 5640 | 467,0 | 2642 | 905 | (II A) |
| 12 | 40 | 10,10 | 2,02 | 7,68 | 3 ϕ 8 TOR 40 | 1,51 | 5605 | 455,0 | 2490 | 856 | |
| 13 | 40 * | 10,40 | 2,81 | 7,19 | 4 ϕ 8 doux | 2,01 | 3128 | 412,5 | 1718 | 615 | |
| 14 | 40 | 10,10 | 2,17 | 7,53 | 3 ϕ 8 crénelé | 1,51 | 5693 | 390,0 | 2166 | 755 | (III A) |
| 15 | 40 * | 10,00 * | 2,00 | 7,60 | 3 ϕ 8 TOR 40 | 1,51 | 5750 | 340,0 | 2473 | 851 | |

* : Valeurs théoriques.

Remarques :

I A - Les chiffres affectés d'un astérisque désignent les dimensions théoriques. Les autres dimensions ont été relevées après l'essai des éléments.

II A - Pour l'ensemble d'une dalle et des poutres-dalles correspondantes, la différence entre la limite d'élasticité moyenne de tous les spécimens et la limite d'élasticité correspondante à chaque élément étant négligeable, nous avons adopté $\sigma_e$ moyenne comme limite d'élasticité commune à toutes les barres. Par conséquent $\sigma_e$ étant identique pour la dalle et les poutres de référence n'est pas intervenu dans le calcul de $m_{Bcal}$ et de $m_{Dcal}$.

De même pour la dalle n° 11 et la poutre 11"B" les valeurs de $\sigma_e$ sont du même ordre de grandeur que $\sigma_e$ moyenne correspondante. Mais pour la poutre 11 "A" la différence entre la limite d'élasticité moyenne et la limite d'élasticité du spécimen coupé dans la barre qui a servi à la confection de cette poutre n'est pas négligeable et est de l'ordre de 12 %.

Etant donnés l'importance de cette différence et le type d'acier (crénelé) qui peut avoir des caractères mécaniques variant d'une barre à l'autre, il nous parait logique de tenir compte de la valeur exacte de la limite d'élasticité de l'armature de la poutre 11 "A" (5640 kg/cm$^2$) au lieu de la limite d'élasticité moyenne. Dans ce cas pour passer de $m_{Aobs}$ aux $m_{Bcal}$ et $m_{Dcal}$ nous sommes obligés d'introduire le rapport $\frac{\sigma_e \text{ moyenne}}{\sigma_e \text{ poutre "A"}}$ dans nos calculs.

III A - Une simple comparaison entre les deux poutres-dalles 11 "A" et 14 "A" montre que l'on n'a pas atteint la charge de rupture de la poutre 14 "A".

Ces deux poutres sont armées d'acier crénelé et ont la même section d'armature. La hauteur utile et la limite d'élasticité de l'acier ne changent pas beaucoup d'une poutre à l'autre. On attend donc pour la poutre 14 "A" une charge de rupture du même ordre de grandeur que pour la poutre 11 "A". Mais la charge expérimentale trouvée pour 14 "A" est inférieure de 18 % à celle de la poutre 11 "A". On en déduit immédiatement que la poutre 14 "A" s'est rompue prématurément sans avoir atteint la charge de rupture.

Les observations faites au cours de l'essai de cette poutre prouvent la validité de cette hypothèse. Pour une charge de 2166 kg un acier s'est cassé brutalement et la charge est descendue brusquement. On a repris le chargement; pour une charge de 1620 kg, les deux autres aciers se sont rompus et la poutre est tombée brisée en deux morceaux. Une telle rupture ne peut être considérée que comme une rupture accidentelle.

5.32 - Poutres-dalles "B"

Pour ces poutres nous avons utilisé les formules (2), (3) et (4)

(2) $$m_{Bcal} = m_{Aobs} \times \frac{h\ "B"}{h\ "A"} \text{ kg.m.}$$

(3) $$m_{Bobs} = \frac{2,5\ Q_{exp} + 234,375}{4 + \beta} \text{ kg.m.}$$

(4) $$Q_{th} = \frac{4 + \beta}{2,5} m_{Bcal} - 93,75 \text{ Kg.}$$

Les données du calcul et les résultats obtenus figurent respectivement dans les tableaux n° 5 - 2 et 5 - 3.

Tableau n° 5 - 2

POUTRES DE REFERENCE " B "

| Poutre N° | b | $h_t$ | d | d' | h | h' | Armature travée | Armature appui | A | A' | $\sigma_e$ | $\sigma_b$ | 2 Q exp OUEST | 2 Q exp EST | 4 Qexp | Remarques |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 | 40* | 10,00* | 2,00* | 2,00* | 7,40 | 7,40 | 3φ12 DX | 3φ12 DX | 3,39 | 3,39 | 3034 | 472,5 | 3700 | 3700 | 7400 | ( I B) |
| 8 | 40* | 10,15 | 1,91 | 2,00* | 7,84 | 7,75 | 4φ8 cré. | 4φ8 cré. | 2,01 | 2,01 | 5585 | 385,0 | 4000 | 4586 | 8586 | |
| 9 | 40 | 10,27 | 1,85 | 2,00* | 8,02 | 7,87 | 4φ8 TOR | 4φ8 TOR | 2,01 | 2,01 | 5356 | 470,0 | 4397 | 4393 | 8790 | |
| 10 | 40 | 10,20 | 2,01 | 2,10 | 7,59 | 7,50 | 4φ12 DX | 3φ12 DX | 4,52 | 3,39 | 2802 | 435,0 | 4826 | 4251 | 9077 | |
| 11 | 40 | 10,00 | 1,93 | 1,82 | 7,67 | 7,78 | 3φ8 cré. | 4φ8 cré. | 1,51 | 2,01 | 5046 | 467,5 | 2996 | 2840 | 5836 | |
| 12 | 40 | 10,00 | 2,00 | 2,18 | 7,60 | 7,42 | 3φ8 TOR | 4φ8 TOR | 1,51 | 2,01 | 5605 | 440,0 | 3280 | 3265 | 6545 | |
| 13 | 40 | 10,10 | 2,79 | 3,80 | 6,91 | 5,70 | 4φ8 DX | 3φ12 DX | 2,01 | 3,39 | 3128 | 375,0 | 2480 | 2600 | 5080 | |
| 14 | 40 | 10,00 | 2,77 | 2,72 | 6,83 | 6,88 | 3φ8 cré. | 4φ8 cré. | 1,51 | 2,01 | 5693 | 420,0 | 2870<br>3510 | 2820<br>— | 5690<br>7020 | ( II B ) |
| 15 | 40 | 10,10 | 2,42 | 2,10 | 7,28 | 7,60 | 3φ8 TOR | 4φ8 TOR | 1,51 | 2,01 | 5750 | 445,0 | 3500 | 3235 | 6735 | |

* : Valeurs théoriques

Remarques :

I B - Voir la remarque I A

II B - Si nous considérons la somme des plus grandes charges atteintes pour les deux travées en même temps comme étant la charge de rupture, nous aurons $4\ Q_{exp} = 5690$ Kg. Mais notons que la rupture est survenue d'abord en travée EST et puis en travée OUEST; deux aciers en travée EST et un autre en travée OUEST se sont cassés successivement.

On n'a pas atteint la charge de rupture puisqu'après la rupture de la travée EST sous une charge de 2820 kg, on a pu charger la travée OUEST jusqu'à 3510 kg.

La différence considérable entre ces deux charges explique une rupture prématurée, et montre que les armatures se sont rompues avant que les possibilités de la poutre ne soient épuisées.

En considérant la charge maximale atteinte comme charge de rupture, nous aurons :

$$4\ Q_{exp} = 7020 \text{ kg.}$$

Tableau n° 5 - 3

.POUTRES DE REFERENCE " B "

| Poutre n° | β | $m_B$ cal | $m_B$ obs | $\frac{m_B \text{ obs}}{m_B \text{ cal}}$ | Q exp | Q th | $\frac{Q \text{ exp}}{Q \text{ th}}$ | Remarques |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 | 1,00 | 923 | 972 | 1,053 | 1850 | 1752 | 1,056 | ( I C ) |
| 8 | 0,99 | 1155 | 1122 | 0,971 | 2146 | 2213 | 0,970 | |
| 9 | 0,98 | 1045 | 1151 | 1,100 | 2197 | 1989 | 1,105 | |
| 10 | 0,74 | 1190 | 1246 | 1,047 | 2269 | 2162 | 1,049 | |
| 11 | 1,35 | 810 | 726 | 0,896 | 1459 | 1640 | 0,890 | ( II C ) |
| 12 | 1,30 | 847 | 816 | 0,964 | 1636 | 1702 | 0,961 | |
| 13 | 1,39 | 591 | 633 | 1,071 | 1270 | 1180 | 1,075 | |
| 14 | 1,34 | 685 | 710<br>867 | 1,036<br>1,266 | 1422<br>1755 | 1369 | 1,039<br>1,282 | calcul basé sur la poutre n°14"A" |
| | | 814 | 710<br>867 | 0,872<br>1,064 | 1422<br>1755 | 1645 | 0,864<br>1,067 | calcul basé sur la poutre n°11"A" ( III C ) |
| 15 | 1,39 | 815 | 825 | 1,011 | 1684 | 1663 | 1,012 | |

Remarques :

I C - La petite différence entre $\frac{m_{Bobs}}{m_{Bcal}}$ et $\frac{Q_{exp}}{Q_{th}}$ est dûe à l'effet du poids propre de la poutre.

II C - Comme il vient d'être indiqué en (II A), il faut introduire le rapport des limites d'élasticité dans le calcul du $m_{Bcal}$ de la poutre 11 "B".

La formule (2) s'écrit alors sous la forme suivante :

$$(2') \qquad m_{Bcal} = m_{Aobs} \times \frac{h_{"B"}}{h_{"A"}} \times \frac{(\sigma_e)_{"B"}}{(\sigma_e)_{"A"}}$$

En utilisant les formules (2'), (3) et (4) nous trouvons $\frac{m_{Bobs}}{m_{Bcal}} = 0,896$ et $\frac{Q_{exp}}{Q_{th}} = 0,890$.

A première vue ces valeurs peuvent être considérées comme anormalement faibles, mais les observations faites au cours de l'essai montrent que la charge de rupture n'est pas atteinte et la poutre a eu une rupture prématurée. Trois armatures sur appui se sont cassées l'une après l'autre sans avoir subi d'allongement considérable et les deux travées se sont comportées comme des poutres simples.

III C - Les deux poutres 14 "A" et 14 "B" ont eu une rupture prématurée d'une façon analogue (voir les remarques III A et II B). La comparaison reste donc valable entre elles. Les deux valeurs $\frac{m_{Bobs}}{m_{Bcal}} = 1,036$ et $\frac{Q_{exp}}{Q_{th}} = 1,039$ montrent l'exactitude de cette remarque.

Par ailleurs, comme les deux poutres de référence 11 "A" et 14 "A" ont les mêmes caractères géométriques et comme les caractères mécaniques des armatures diffèrent très peu d'une poutre à l'autre, nous pouvons baser nos calculs concernant la poutre 14 "B" sur la poutre 11 "A" au lieu de les baser sur la poutre 14 "A".

Dans ce cas nous devons introduire le rapport $\frac{(\sigma_e)_{14\ "A"}}{(\sigma_e)_{11\ "A"}}$ dans la

formule (2) et nous pouvons utiliser la formule (2'). Les dernières valeurs de $\frac{m_{Bobs}}{m_{Bcal}} = 1,064$ et $\frac{Q_{exp}}{Q_{th}} = 1,067$ ainsi calculées, en tenant compte de la charge maximale $Q_{exp} = 1755$ kg, sont bien satisfaisantes.

5.33 - Dalles

Les $m_{Dcal}$ sont calculés d'après la formule (5). Mais pour évaluer $m_{Dobs}$ et $Q_{th}$ nous avons utilisé, suivant le mécanisme de rupture choisi, les formules (7a) et (8a) ou les formules (7b) et (8b).

$$(5) \qquad m_{Dcal} = m_{Aobs} \times \frac{h_{dalle}}{h_{poutre\ "A"}} \times \frac{A_{dalle}}{A_{poutre\ "A"}} \quad kg.m/_m$$

$$(7a) \qquad m_{1obs} = \frac{Q_{exp} + \frac{a^2 q}{12}\left(28 - \frac{XY\,(X+Y)}{X+Y-XY} - U_1 V_1\right)}{C_1} \quad kg.m/_m$$

$$(8a) \qquad Q_{1th} = C_1 m_{1cal} - \frac{a^2 q}{12}\left(28 - \frac{XY\,(X+Y)}{X+Y-XY} - U_1 V_1\right) \quad kg.$$

où $a = 0,625$ m

$$C_1 = 2+2\alpha+\alpha\beta - \frac{XY\left[(1-X)+\alpha\,(1-Y)\right]}{2\,(X+Y-XY)} - \frac{U_1 V_1\left[(1-U_1)+\gamma\,(1-V_1)\right]}{2\,(U_1+V_1-U_1V_1)}$$

$$(7b) \qquad m_{1obs} = \frac{Q_{exp} + \frac{a^2 q}{12}\left(20 - \frac{XY\,(X+Y)}{X+Y-XY} - 3\,U_2 V_2\right)}{C_2} \quad kg.m/_m$$

$$(8b) \qquad Q_{2th} = C_2\, m_{1cal} - \frac{a^2 q}{12}\left(20 - \frac{XY\,(X+Y)}{X+Y-XY} - 3\,U_2V_2\right) kg.$$

où $a = 0{,}625$ m

$$C_2 = 3+2\alpha+0{,}5\,\alpha\beta - \frac{3XY\left[(1-X)+\alpha\,(1-Y)\right]}{4\,(X+Y-XY)} - \frac{9\,U_2V_2\left[(1-U_2)+\mu\,(1-V_2)\right]}{4\,(U_2+V_2-U_2V_2)}$$

Les tableaux n° 5 - 4 et 5 - 5 consignent respectivement les données et les résultats du calcul.

Tableau n° 5-4

DALLES

| Dalle n° | $h_t$ | $d_1$ | $d_2$ | d' | $h_1$ | $h_2$ | h' | Armature | | | | $A_1$ | $A_2$ | A' | $\sigma_e$ | $\sigma_b$ | 4 Q exp | | 8 Q exp | Remarques |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | type | 1er lit | 2ème lit | appui | | | | | | OUEST | EST | | |
| 7 | 10* | 2,00 | 3,20 | 2,29 | 7,40 | 6,20 | 7,11 | Doux | 39 ♦12 e = 13,5 | 19 ♦12 e = 13,5 | 19 ♦12 e = 13,5 | 8,81 | 8,59 | 8,59 | 3034 | 507,0 | 38207<br>41421 | 38532<br>— | 76739<br>82842 | ( ID )<br>( IID ) |
| 8 | 10* | 1,89 | 2,69 | 2,31 | 7,71 | 6,91 | 7,29 | Crénelé | 51 ♦8 e = 10,0 | 25♦8 e = 10,0 | 25 ♦8 e = 10,0 | 5,13 | 5,03 | 5,03 | 5585 | 414,0 | 47882 | 47752 | 95634 | |
| 9 | 10* | 1,94 | 2,74 | 1,96 | 7,66 | 6,86 | 7,62 | TOR 40 | 51 ♦8 e = 10,0 | 25 ♦8 e = 10,0 | 25 ♦8 e = 10,0 | 5,13 | 5,03 | 5,03 | 5356 | 395,0 | 48400 | 49051 | 97453 | |
| 10 | 10* | 2,07 | 3,27 | 1,39 | 7,33 | 6,13 | 8,01 | Doux | 42 ♦12 e = 12,5 | 22 ♦12 e = 12,5 | 19♦12 e = 13,5 | 9,49 | 9,94 | 8,59 | 2802 | 419,0 | 45155 | 46973 | 92128 | |
| 11 | 10* | 2,07 | 2,87 | 1,52 | 7,53 | 6,73 | 8,08 | Crénelé | 39 ♦8 e = 13,5 | 19 ♦8 e = 13,5 | 19♦8 e = 13,5 | 3,92 | 3,82 | 3,82 | 5046 | 427,0 | 37492 | 39830 | 77322 | |
| 12 | 10* | 2,03 | 2,87 | 2,11 | 7,57 | 6,77 | 7,49 | TOR 40 | 39 ♦8 e = 13,5 | 21 ♦8 e = 13,5 | 25♦8 e = 10,0 | 3,92 | 4,23 | 5,03 | 5065 | 440,5 | 39960 | 41908 | 81868 | |
| 13 | 10* | 2,06 | 2,86 | 2,20 | 7,54 | 6,74 | 7,20 | Doux | 44 ♦8 e = 12,0 | 23 ♦8 e = 12,0 | 19♦12 e = 13,5 | 4,43 | 4,63 | 8,59 | 3128 | 351,0 | 30220 | 31519 | 61739 | |
| 14 | 10* | 2,13 | 2,93 | 2,78 | 7,47 | 6,67 | 6,82 | Crénelé | 27 ♦8 e = 19,5 | 15 ♦8 e = 19,0 | 26♦8 e = 10,0 | 2,72 | 3,02 | 5,23 | 5693 | 354,0 | 31908 | 32168 | 64076 | |
| 15 | 10* | 2,05 | 2,85 | 2,65 | 7,55 | 6,75 | 6,95 | TOR 40 | 27 ♦8 e = 19,5 | 15 ♦8 e = 19,0 | 26♦8 e = 10,0 | 2,72 | 3,02 | 5,23 | 5750 | 358,0 | 33207 | 32168 | 65375 | |

* Valeurs théoriques

Remarques :

I D - Voir I A

II D - Il faut remarquer que l'on n'a pas atteint la charge de rupture pour la dalle n° 7. Par la suite de l'épuisement local du comportement à la flexion de la dalle, celle-ci a poinçonné avant l'obtention de la rupture complète par flexion. L'augmentation de la charge de rupture du panneau OUEST de 38.207 kg à 41 421 kg prouve la validité de cette remarque.

Si l'on considère comme charge de rupture la somme des plus grandes charges exercées sur les deux panneaux en même temps on aùra 8 $Q_{exp}$ = 76739 kg. Mais il est plus logique de considérer 4 $Q_{exp}$ = 41 421 kg d'où 8 $Q_{exp}$ = 82 842 kg.

Tableau n° 5 - 5

DALLES

| Dalle n° | $M_{1\,cal}$ | $M_{2\,cal}$ | $M'_{cal}$ | α | β | Mécanisme de rupture | Y | μ | X | Y | $U_1$ | $V_1$ | $U_2$ | $V_2$ | $C_1$ | $C_2$ | $m_{1\,obs}$ | $Q_{th}$ | $Q_{exp}$ | $\frac{m_{1\,obs}}{m_{1\,cal}}$ | $\frac{Q_{exp}}{Q_{th}}$ | Remarques |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 | 2399 | 1960 | 2247 | 0,817 | 1,146 | I | 1,754 | — | 0,558 | 0,618 | 0,697 | 0,523 | — | — | 4,175 | — | 2350<br>2533 | 9795 | 9592<br>10355 | 0.980<br>1,056 | 0,979<br>1,057 | (IF)<br>(IIE) |
| 8 | 2900 | 2549 | 2689 | 0,879 | 1,055 | I | 1,606 | — | 0,567 | 0.606 | 0,704 | 0,521 | — | — | 4,260 | — | 2857 | 12133 | 11954 | 0,985 | 0,985 | (IIIE) |
| 9 | 2545 | 2234 | 2482 | 0,878 | 1,111 | I | 1,653 | — | 0,567 | 0,606 | 0,712 | 0,520 | — | — | 4,316 | — | 2674 | 10763 | 12162 | 1,129 | 1,132 | |
| 10 | 2416 | 2116 | 2390 | 0,876 | 1,129 | I | 1,665 | — | 0,567 | 0,606 | 0,713 | 0,520 | — | — | 4,326 | — | 2713 | 10231 | 11516 | 1,123 | 1,125 | (IVE) |
| 11 | 2066 | 1799 | 2161 | 0,871 | 1,201 | I | 1,917 | — | 0,566 | 0,608 | 0,721 | 0,518 | — | — | 4,368 | — | 2263 | 8803 | 9665 | 1,095 | 1,098 | |
| 12 | 2191 | 2114 | 2781 | 0,965 | 1,315 | I | 2,234 | — | 0,581 | 0,592 | 0,766 | 0,512 | — | — | 4,737 | — | 2207 | 10158 | 10234 | 1,007 | 1,007 | |
| 13 | 1421 | 1326 | 2632 | 0,935 | 1,962 | II | — | 0,310 | 0,576 | 0,596 | — | — | 0,502 | 0,900 | — | 4,981 | 1579 | 6930 | 7717 | 1,111 | 1,114 | |
| 14 | 1350<br>1605 | 1338<br>1591 | 2369<br>2817 | 0,991 | 1,771 | II | — | 0,305 | 0,585 | 0,588 | — | — | 0,502 | 0,906 | — | 5,007 | 1629 | 6612<br>7889 | 8010 | 1,207<br>1,015 | 1,211<br>1,015 | (VE) |
| 15 | 1523 | 1511 | 2695 | 0,992 | 1,767 | II | — | 0,307 | 0,585 | 0,588 | — | — | 0,502 | 0,903 | — | 5,021 | 1657 | 7500 | 8172 | 1,082 | 1,090 | |

Remarques :

I E - La petite différence entre $\frac{m_{1obs}}{m_{1cal}}$ et $\frac{Q_{exp}}{Q_{th}}$ est dûe à l'intervention du poids propre de la dalle.

II E - Pour la dalle n° 7 nous avons donné deux valeurs différentes pour $Q_{exp}$. Pour en connaître la raison voir la remarque (II D).

III E - Pour la dalle n° 8 la configuration des lignes charnières n'a pas été bien dessinée.

IV E - Pour évaluer $m_{Dcal}$ de la dalle n° 11 nous avons utilisé la formule suivante pour tenir compte de la différence entre les limites d'élasticité des armatures de la poutre 11 "A" et de la dalle en question, voir la remarque (II A).

$$(5') \qquad m_{Dcal} = m_{Aobs} \times \frac{h_D}{h_{"A"}} \times \frac{(\sigma_e)_D}{(\sigma_e)_{"A"}} \times \frac{A_D}{A_{"A"}}$$

V E - Etant donné la rupture prématurée de la poutre 14 "A" il est bien normal que nous trouvions des valeurs aussi élevées pour $\frac{m_{1obs}}{m_{1cal}}$ et $\frac{Q_{exp}}{Q_{th}}$ en basant nos calculs sur cette poutre.

$$\left( \frac{m_{1obs}}{m_{1cal}} = 1,207 \quad , \quad \frac{Q_{exp}}{Q_{th}} = 1,211 \right)$$

résultats. Au contraire le calcul basé sur la poutre 11 "A" donne de bons ( $\frac{m_{1obs}}{m_{1cal}} = 1,015$ , $\frac{Q_{exp}}{Q_{th}} = 1,015$) . Dans ce dernier cas il faut utiliser la formule (5').

5.34 - Récapitulation des résultats :

Le tableau n° 5 - 6 récapitule les résultats essentiels du calcul.

TABLEAU n° 5 - 6

Récapitulation des résultats de calcul

| n° | Poutre "B" | | | Dalle | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | $Q_{exp}$ | $Q_{th}$ | $\frac{Q_{exp}}{Q_{th}}$ | $Q_{exp}$ | $Q_{th}$ | $\frac{Q_{exp}}{Q_{th}}$ |
| 7 | 1850 | 1752 | 1,056 | 10355 | 9795 | 1,057 |
| 8 | 2146 | 2213 | 0,970 | 11954 | 12133 | 0,985 |
| 9 | 2197 | 1989 | 1,105 | 12182 | 10763 | 1,132 |
| 10 | 2269 | 2162 | 1,049 | 11516 | 10231 | 1,125 |
| 11 | 1459 | 1640 | 0,890 | 9665 | 8803 | 1,098 |
| 12 | 1636 | 1702 | 0,961 | 10234 | 10158 | 1,007 |
| 13 | 1270 | 1180 | 1,075 | 7717 | 6930 | 1,114 |
| 14 | 1755 | 1645 | 1,067 | 8010 | 7889 | 1,015 |
| 15 | 1684 | 1663 | 1,012 | 8172 | 7500 | 1,090 |

5.35 - Calcaul de la charge de rupture d'une dalle continue non limitée aux axes d'appui.

En 5.2324 nous avons envisagé deux solutions pour tenir compte de l'effet des bords et nous avons basé nos calculs sur la deuxième.

Maintenant nous reprenons la question en utilisant la première solution.

Le premier mécanisme de rupture devient alors: Fig. n° V - 15.

Sur cette figure

$$aC = \frac{1}{2} \left( \frac{e_1 n_1}{100} - 8a \right)$$

$$aB = \frac{1}{2} \left( \frac{e_2 n_2}{100} - 4a \right)$$

d'où avec $a = 0{,}625$ m

$$C = \frac{e_1 \, n_1}{125} - 4 \qquad B = \frac{e_2 \, n_2}{125} - 2$$

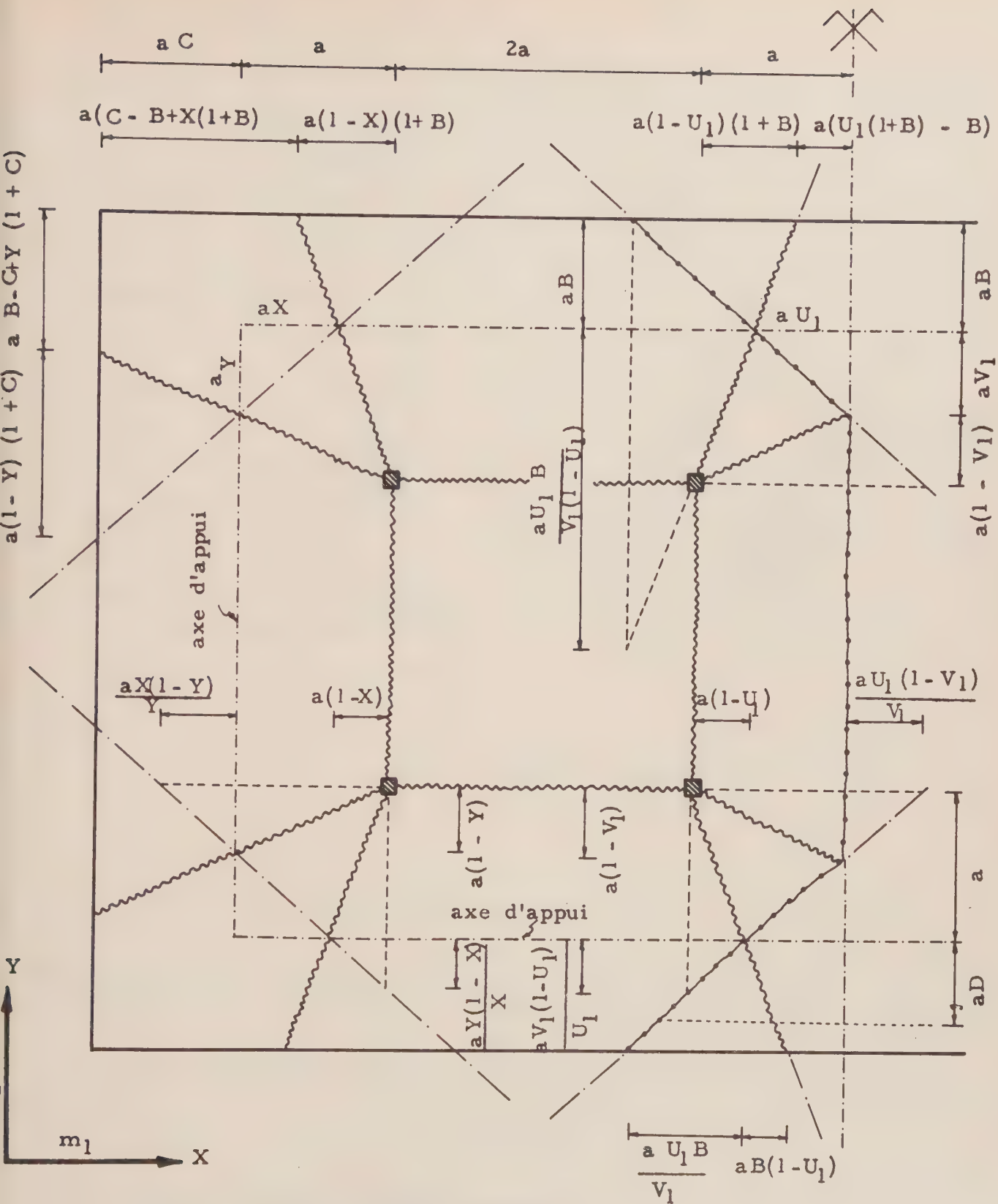
De même, si nous supposons que les armatures traversées par la ligne charnière négative possèdent toujours la longueur d'ancrage nécessaire, nous aurons :

$$aD = \frac{1}{2} \left( \frac{e'n'}{100} - 4\,a \right)$$

$$D = \frac{e' \, n'}{125} - 2$$

Mais nous avons déjà signalé que la longueur des armatures sur appui étant limitée, le moment m n'est pas constant sur la charnière négative oblique et il va en diminuant jusqu'à zéro; par conséquent nous devons déterminer D autrement.

Considérons la figure n° V - 16.




Ligne charnière positive

Ligne charnière négative.

Fig n° V-15

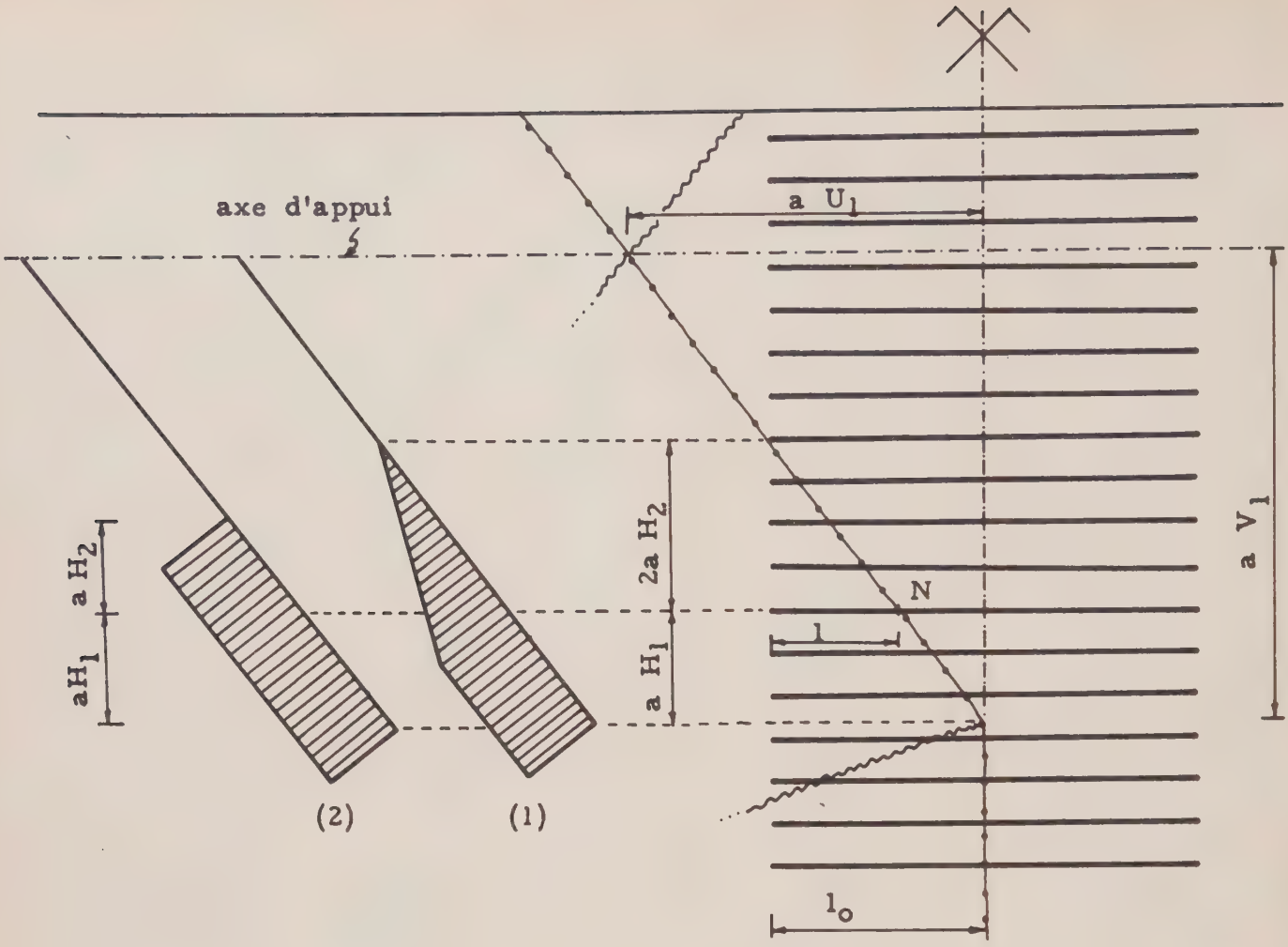



Fig N° V-16

Pour faciliter le calcul, nous pouvons remplacer le diagramme du moment (1) par le diagramme (2) qui est son équivalent au point de vue du travail dissipé dans cette charnière plastique.

Si l est la longueur d'ancrage nécessaire nous pouvons calculer facilement $H_1$ et $H_2$

$$H_1 = \frac{(l_0 - l)\, V_1}{aU_1}$$

$$H_2 = \frac{lV_1}{2aU_1}$$

d'où

$$K = \frac{H_1 + H_2}{V_1} = \frac{2\,l_0 - l}{2\,aU_1}$$

Si K est inférieur ou égal à un nous aurons D = 0 et si K est supérieur à un D sera égal à $(K - 1)\,V_1$ . Les rotations des différentes parties de dalle sont :

$$\theta_{x1} = 0 \qquad \theta_{y1} = \frac{1}{a}$$

$$\theta_{x2} = \frac{1}{a} \qquad \theta_{y2} = 0$$

$$\theta_{x3} = 0 \qquad \theta_{y3} = \frac{1}{a}$$

$$\theta_{x4} = \frac{X}{a\,(X+Y-XY)} \qquad \theta_{y4} = \frac{Y}{a\,(X+Y-XY)}$$

$$\theta_{x5} = \frac{U_1}{a\,(U_1+V_1-U_1V_1)} \qquad \theta_{y5} = \frac{V_1}{a\,(U_1+V_1-U_1V_1)}$$

$$\theta_{x6} = \frac{V_1\,(1-U_1)}{a\,(U_1+V_1-U_1V_1)} \qquad \theta_{y6} = \frac{V_1}{a\,(U_1+V_1-U_1V_1)}$$

$$\theta_{x7} = \theta_{y7} = 0$$

L'équation destravaux virtuels s'écrit :

Pour $K \leq 1$

$$\frac{Q_1}{m_{s1}} = 2+2\alpha+\alpha\beta - \frac{XY\,[(1-X)+\alpha\,(1-Y)]}{2\,(X+Y-XY)} - \frac{U_1V_1\,[(1-U_1)+\gamma\,(1-V_1)]+\alpha\beta\,(1-K)\,V_1^2}{2\,(U_1+V_1-U_1V_1)} +$$

$$+\frac{1}{2}\left[B\,(1-X)+\alpha\,C\,(1-Y)\right]+\frac{\left[C-B\,(1-X)\right]X+\alpha\left[B-C\,(1-Y)\right]Y}{2\,(X+Y-XY)}+$$

$$\frac{BV_1\,(1-U_1)^2+\alpha\,BV_1}{2\,(U_1+V_1-U_1V_1)}$$

et pour $K > 1$

$$\frac{Q_1}{m_{s1}}=2+2\,\alpha+\alpha\beta-\frac{XY\left[(1-X)+\alpha\,(1-Y)\right]}{2\,(X+Y-XY)}-\frac{U_1V_1\left[(1-U_1)+\gamma\,(1-V_1)\right]}{2\,(U_1+V_1-U_1V_1)}+$$

$$\frac{1}{2}\left[B\,(1-X)+\alpha C(1-Y)\right]+\frac{\left[C-B\,(1-X)\right]X+\alpha\left[B-C\,(1-Y)\right]Y}{2\,(X+Y-XY)}+$$

$$\frac{BV_1\,(1-U_1)^2+\alpha V_1(B+\beta D)}{2\,(U_1+V_1-U_1V_1)}$$

en remplaçant D par $V_1\,(K-1)$ on trouve la même expression que pour $K \leq 1$

5.351 - Application numérique.

En guise d'application numérique nous choisissons la dalle n° 10 et nous négligeons l'action du poids propre. Le poids propre étant négligé, nous avons $m_{s1} = m_1$

Pour la dalle n° 10 nous avons :

$e_1 = 12{,}5$ cm $\quad n_1 = 42$

$e_2 = 12{,}5$ cm $\quad n_2 = 22$

$e' = 13{,}5$ cm $\quad n' = 19$

d'où

$$B = C = 0,2$$

et en supposant suffisante la longueur des chapeaux

$$D \simeq 0,05$$

D'autre part,

$A_1 = 9,04\ cm^2/m$ $A_2 = 9,04\ cm^2/m$ $A' = 8,38\ cm^2/m$ et $m_{Aobs} = 1127$ kg.m.

d'où

$m_1 = 2301$ kgm/m $m_2 = 1924$ kg.m/m $m_3 = 2331$ kg.m/m

$\alpha = 0,836$ , $\beta = 1,211$

$X = 0,561$ , $Y = 0,614$

$U_1 = 0,710$ , $V_1 = 0,520$

Introduisant ces valeurs dans l'expression de travail, on obtient (avec $K > 1$)

$$Q_1 = 10364 \text{ kg}$$

Par ailleurs en utilisant la deuxième solution, pour cette dalle, nous avons trouvé (voir tableau n° 5 - 5)

$m_1 = 2416$ kg.m/m

$C_1 = 4,326$

en négligeant l'effet du poids propre on peut écrire

$$Q_1 = C_1\ m_{s1} = C_1\ m_1 = 2416 \times 4,326$$

d'où

$$Q_1 = 10452 \text{ kg}$$

Si nous comparons ces deux valeurs de $Q_1$ nous aurons :

$$\frac{10364}{10452} = 0,992$$

on voit que la différence est tout à fait négligeable.

Maintenant faisons le même calcul en tenant compte de la longueur limitée des barres. Pour cette dalle, $l_0$ moyen est égal à 52,5 cm et nous supposons

$l = 40\ \phi = 40 \times 1,2 = 48$ cm d'où

$$K = \frac{105 - 48}{2 \times 0,710 \times 62,5}$$

$$K = 0,676$$

comme $K < 1$ nous avons $D = 0$ et l'expression du travail donne

$$Q_1 = 10210 \text{ kg}$$

la comparaison entre les deux valeurs de $Q_1$ , calculées d'après la première solution, montre

$$\frac{10364}{10210} = 1,015$$

On voit que la différence entre les deux valeurs de $Q_1$ est négligeable et la simplification faite au cours de la première partie de ce travail se trouve justifiée.

De la même façon on peut démontrer que l'influence des bords et la longueur limitée des chapeaux sur la charge de rupture du deuxième mécanisme est négligeable.

## 5.4 - Calcul théorique des poutres-dalles de référence simples

Jusqu'ici nous avons basé nos calculs sur le moment résistant des poutres "A", obtenu à partir de la charge de rupture expérimentale. Maintenant nous nous proposons de chercher ce moment résistant par la voie du calcul théorique et de comparer les valeurs théoriques à celles observées lors des essais.

### 5.41 - Calcul par la méthode de M. CHAMBAUD

Pour le calcul de nos poutres, nous avons utilisé la méthode de calcul proposée par M. CHAMBAUD pour les poutres à faible pourcentage d'armature tendue. M.CHAMBAUD admet un diagramme rectangulaire de contrainte dans la zone du béton comprimé. Avec ce diagramme, l'équilibre des forces internes de la section de rupture se traduit par la relation suivante (fig. n° V - 17).

$$by\sigma_{cyl} = A\,\sigma'_a$$

d'où

$$\sigma'_a = \frac{by\,\sigma_{cyl}}{A}$$

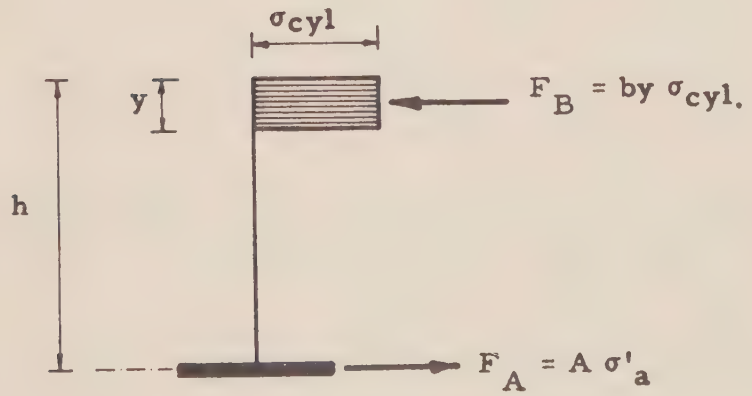



Fig. n° V - 17

D'autre part, en considérant valable jusqu'à la rupture l'hypothèse de BERNOULLI, nous pouvons écrire : (fig n° V - 18)

$$y = \frac{|\varepsilon_b|}{|\varepsilon_b| + \varepsilon'_a}\,h$$

d'où

$$\sigma'_a = \frac{bh\,\sigma_{cyl}}{A} \times \frac{|\varepsilon_b|}{|\varepsilon_b| + \varepsilon'_a}$$

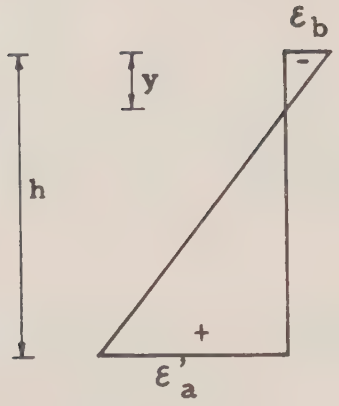



**Fig. n° V - 18**

admettons $\varepsilon_b = -3{,}5 \times 10^{-3}$ (proposition du C.E.B.) $\sigma'_a$ devient

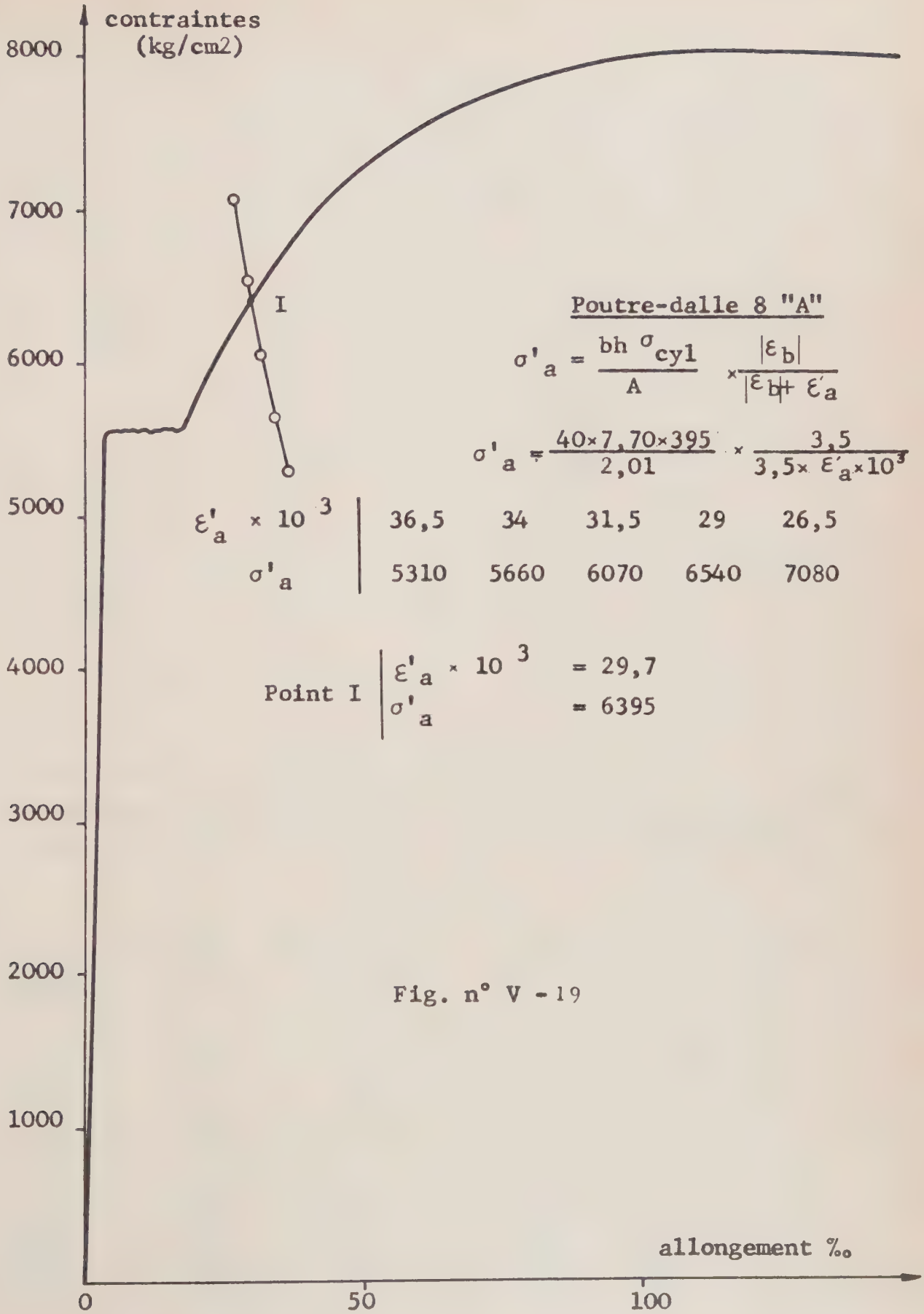
$$\sigma'_a = \frac{bh\,\sigma_{cyl}}{A} \times \frac{3{,}5}{3{,}5 + \varepsilon'_a \times 10^3}$$

Cette relation est l'équation d'une hyperbole équilatère, dans le système d'axes $\varepsilon'_a$, $\sigma'_a$, dont l'intersection avec le diagramme contrainte/allongement de l'acier donne la valeur exacte de $\varepsilon'_a$ et $\sigma'_a$; (Fig n° V - 19).

Ayant trouvé ces deux valeurs on peut calculer aisément y et par la suite le moment résistant de rupture à l'aide de relation suivante

$$M_{cal} = A \times \sigma'_a \left(h - \frac{Y}{2}\right)$$

Nous avons appliqué cette méthode à nos poutres de référence (sauf la poutre 14 "A" qui a eu une rupture prématurée) en utilisant les diagrammes des barres d'acier dont la limite d'élasticité et la contrainte de rupture se rapprochent le plus des valeurs moyennes de celles-ci.




**Poutre-dalle 8 "A"**

$$\sigma'_a = \frac{bh\ \sigma_{cyl}}{A} \times \frac{|\varepsilon_b|}{|\varepsilon_b| + \varepsilon'_a}$$

$$\sigma'_a = \frac{40 \times 7{,}70 \times 395}{2{,}01} \times \frac{3{,}5}{3{,}5 \times \varepsilon'_a \times 10^3}$$

| $\varepsilon'_a \times 10^3$ | 36,5 | 34 | 31,5 | 29 | 26,5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $\sigma'_a$ | 5310 | 5660 | 6070 | 6540 | 7080 |

Point I | $\varepsilon'_a \times 10^3 = 29{,}7$ ; $\sigma'_a = 6395$

Fig. n° V - 19

Les résultats obtenus sont :

Tableau n° 5 - 7

| Poutre n° | $\varepsilon'_a$ $10^{-3}$ | $\sigma'_a$ kg/cm² | $M_{obs}$ kg.m. | $M_{cal}$ kg.m. | $\frac{M_{obs}}{M_{cal}}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 7 | 39,0 | 3215 | 923 | 774 | 1,194 |
| 8 | 29,7 | 6395 | 1135 | 938 | 1,210 |
| 9 | 32,5 | 6255 | 1053 | 966 | 1,091 |
| 10 | 29,0 | 3065 | 1127 | 910 | 1,240 |
| 11 | 45,5 | 6775 | 905 | 757 | 1,195 |
| 12 | 47,5 | 6360 | 856 | 714 | 1,200 |
| 13 | 52,8 | 3665 | 615 | 513 | 1,200 |
| 15 | 34,7 | 6280 | 851 | 688 | 1,238 |

Nous avons refait le calcul, en utilisant, cette fois, les diagrammes de traction des spécimens coupés dans les barres ayant servi à la confectin des poutres-dalles "A", nous avons trouvé les résultats suivants :

Tableau n° 5 - 8

| Poutre n° | $\varepsilon'_a$ $10^{-3}$ | $\sigma'_a$ kg/cm2 | $M_{obs}$ kg.m. | $M_{cal}$ kg.m. | $\frac{M_{obs}}{M_{cal}}$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 7 | 41,0 | 3070 | 923 | 742 | 1,244 |
| 8 | 29,7 | 6395 | 1135 | 938 | 1,210 |
| | 32,3 | 5950 | | 877 | 1,294 |
| 9 | 33,0 | 6170 | 1053 | 957 | 1,101 |
| | 32,5 | 6255 | | 966 | 1,091 |
| 10 | - | - | - | - | - |
| 11 | 40,0 | 7635 | 905 | 849 | 1,065 |
| 12 | 47,5 | 6360 | 856 | 714 | 1,200 |
| 13 | 54,0 | 3585 | 615 | 502 | 1,226 |
| 15 | 34,5 | 6300 | 851 | 690 | 1,233 |

Ces résultats montrent que les moments observés sont systématiquement supérieurs aux moments calculés et la différence est de l'ordre 20 %. Ce désaccord net entre les valeurs observées et calculées du moment résistant montre la non convenance de la méthode de calcul qui sous-estime le comportement réel des poutres et qui comporte une erreur systématique. L'origine de cette erreur ne peut se trouver que dans l'intervention du béton tendu, puisque c'est le seul facteur que nous avons négligé dans nos calculs.

Il est évident que le béton tendu étant totalement fissuré ne peut intervenir par contrainte normale de traction, mais il ne faut pas oublier le rôle du béton non fissuré enrobant l'acier entre deux fissures consécutives.

5.42 - Méthode de calcul proposée par le Professeur STEUERMANN.

Pour mieux connaître la condition du travail de deux matériaux, nous avons écrit l'équilibre de la section de rupture.

Le moment extérieur étant connu et égal à $m_{Aobs}$, pour calculer le moment des forces internes, nous n'avons tenu compte que du béton comprimé ayant un diagramme de contrainte rectangulaire et de l'acier tendu : fig n°V - 17. L'équilibre s'est alors traduit par la relation suivante

$$m_{Aobs} = F_b \times Z = b\, y\, \sigma_{cyl} \left(h - \frac{Y}{2}\right)$$

qui nous a fourni la valeur de y . Connaissant y il était facile de calculer $\sigma'_a$ :

$$\sigma'_a = \frac{by\,\sigma_{cyl}}{A}$$

Les résultats obtenus pour toutes les poutres figurent dans le tableau n° 5 - 9.

Tableau n° 5 - 9

| Poutre n° | Valeurs moyennes $\sigma_e$ limite d'élasticité kg/cm² | Valeurs moyennes $\sigma_r$ contrainte de rupture kg/cm² | Spécimen de la poutre $\sigma_e$ limite d'élasticité kg/cm² | Spécimen de la poutre $\sigma_r$ contrainte de rupture kg/cm² | contrainte calculée kg/cm² |
|---|---|---|---|---|---|
| 7 | 3034 | 4074 | 3030 | 4120 | 3880 |
| 8 | 5585 | 8340 | 5585<br>5330 | 8340<br>7720 | 7850 |
| 9 | 5356 | 6340 | 5420<br>5370 | 6400<br>6320 | 6850 |
| 10 | 2802 | 4155 | - | - | 3715 |
| 11 | 5046 | 7593 | 5640 | 8590 | 8170 |
| 12 | 5605 | 6416 | 5660 | 6440 | 7710 |
| 13 | 3128 | 4240 | 3060 | 3870 | 4430 |
| 15 | 5750 | 6376 | 5800 | 6400 | 7885 |

Dans la plupart des cas nous avons trouvé des contraintes qui dépassent non pas seulement la limite d'élasticité, mais aussi la contrainte de rupture de l'acier (sans rupture de celui-ci). Est-ce vraiment possible que la contrainte dans l'armature, entourée du béton, dépasse la contrainte de rupture de la barre nue ? Le Professeur STEUERMANN répond oui à cette question et, nous aussi, nous sommes de son avis.

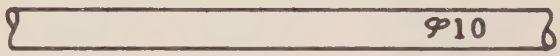
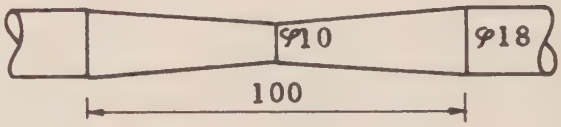
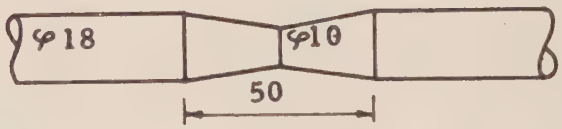
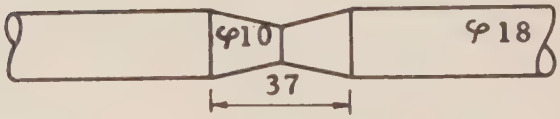
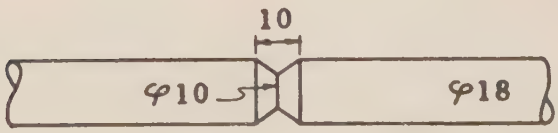
Pour expliquer ce phénomène le Pr STEUERMANN base son raisonnement sur cette propriété bien connue de l'acier que, quand on tire sur une barre d'acier, c'est l'épuisement de la résistance au cisaillement qui entraîne le glissement des cristaux les uns sur les autres et qui provoque la rupture de la barre. Si on empêche ce glissement, la barre se rompra par arrachement des particules et la charge de rupture sera deux fois plus forte que dans le premier cas. Afin de vérifier cette propriété expérimentalement, le Pr STEUERMANN a entrepris des essais de barres en acier comportant une gorge raccordée obliquement à la section courante de la barre.

D'après le Professeur STEUERMANN, les contraintes normales dans les sections voisines de la section de surface minimale étant moindres que dans celle-ci, le glissement des cristaux devient difficile. La rupture de la barre se produit alors en partie à cause du glissement et en partie à cause de

l'arrachement des cristaux, ce qui aura pour effet l'augmentation de la limite d'élasticité et de la contrainte de rupture. Plus la pente de la gorge sera raide, plus la tension dans les sections voisines diminuera rapidement et plus le glissement deviendra difficile, donc plus la limite d'élasticité et la contrainte de rupture augmenteront.

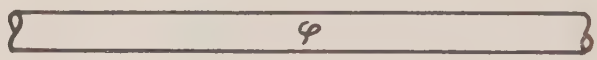
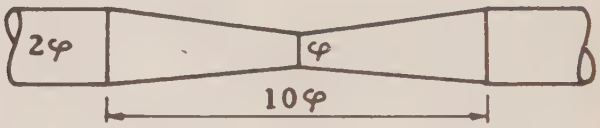
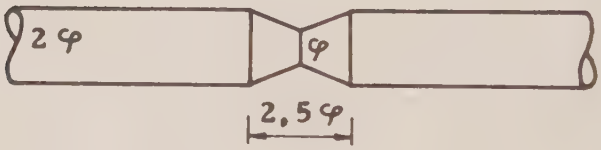
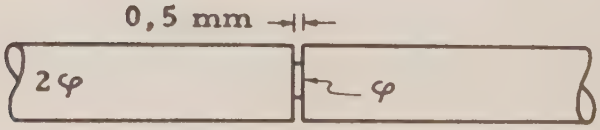
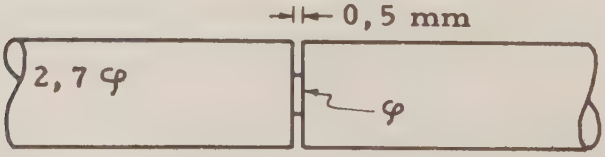
En effet, les résultats obtenus lors des essais prouvent la validité de ces considération. Nous donnons ci-après quelques résultats concernant les barres d'acier ayant une gorge.

Tableau n° 5 - 10

| n ° de barre | contrainte de rupture | Dimensions |
|---|---|---|
| 1 | 3960 |   |
| 2 | 4380 |   |
| 3 | 4620 |   |
| 4 | 5160 |   |
| 5 | 5920 |   |
| 6 | 6440 | |

A noter que M. BAES aussi a fait de tels essais et a obtenus des résultats somblables à ceux du Pr STEUERMANN.

Tableau n° 5 - 11

| n° de barre | $\eta = \frac{\sigma_{\text{rupture de barre}}}{\sigma_{\text{rupture de barre sans gorge}}}$ | Dimensions |
|---|---|---|
| 1 | 1 |   |
| 2 | 1,15 |   |
| 3 | 1,40 |   |
| 4 | 1,62 | |
| 5 | 1,71 |   |
| 6 | 1,79 |   |

Ceci étant, le Pr STEUERMANN énonce que le travail de l'armature tendue d'une poutre en béton armé peut être assimilé au travail d'une barre ayant des gorges à raccordement inclinées.

Dans une fissure le béton ne participant absolument pas au travail, la contrainte dans l'acier est maximale. Cela correspond à la section minimale de la gorge où se produit la plus grande contrainte normale. A mesure que l'on s'éloigne du bord de la fissure vers l'intérieur du béton non fissuré, l'acier transmet au béton une part de plus en plus grande de l'effort de traction, grâce à la liaison étroite qui existe entre les deux matériaux. En conséquence la contrainte dans l'armature diminue progressivement, ce qui correspond au raccordement incliné de la gorge. Ainsi donc, l'acier noyé dans le béton tendu peut travailler comme une barre ayant des gorges et peut subir des contraintes plus élevées que s'il était nu.

Après avoir étudié ce phénomène, le Pr STEUERMANN propose le procédé de calcul suivant pour évaluer le comportement à la rupture des poutres en béton armé.

Il adopte un diagramme triangulaire pour la contrainte du béton comprimé. Quant à la contrainte dans l'armature tendue, il accepte la valeur suivante

$$\sigma_{calculée} = \sigma_e + \Delta\sigma$$

dans laquelle $\sigma_e$ est la limite d'élasticité de l'acier, et $\Delta\sigma$ correspond à l'augmentation de la limite d'élasticité à cause de l'intervention du béton tendu, existant entre deux fissures consécutives (Fig. n° V - 20).

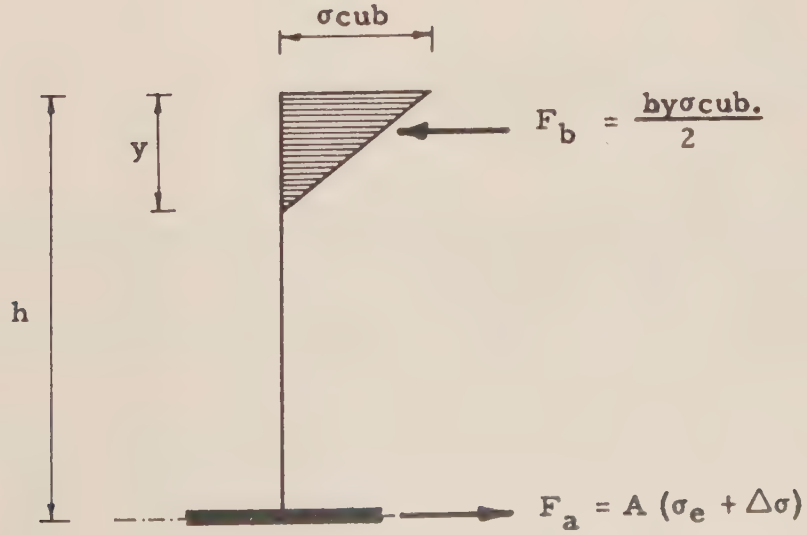



Fig. n° V - 20

Pour déterminer $\Delta\sigma$, le Pr STEUERMANN propose la formule empirique ci-dessous

$$\Delta\sigma = \frac{\sqrt[4]{0{,}2\ R_i}}{\varpi\sqrt{\phi}}$$

où les notations ont les significations suivantes :

$\varpi$ = Pourcentage d'armature = $\frac{A}{bh}$

$\phi$ = Diamètre de l'armature exprimé en cm.

$R_i$ = Résistance à la compression par flexion du béton

Pour trouver $R_i$ il faut d'abord calculer $R_{pr}$ par la formule $R_{pr} = \frac{1300 + \sigma_{cub.}}{1450 + 3\ \sigma_{cub.}}\sigma_{cub}$, la valeur de $R_i$ se détermine ensuite par la relation

$R_i = 1{,}25\ R_{pr}$ .

$\Delta\sigma$, $R_i$ et $R_{pr}$ sont exprimés en kg/cm2

Nous avons appliqué cette méthode à nos poutres-dalles de référence "A", les résultats figurent dans le tableau suivant : (Tableau n° 5 - 12 ).

Les résultats de calcul montrent que le procédé de calcul du Pr STEUERMANN aussi, sous-estime le comportement des poutres. Il s'ensuit immédiatement que la formule empirique de $\Delta\sigma$ ne peut être utilisée d'une façon générale, bien qu'elle soit en parfait accord avec les résultats d'essais qui ont servi de base à l'établissement du procédé de calcul ci-dessus.

Tableau n° 5-12

Résultats de calcul des poutres "A" par le procédé du calcul du Pr. STEUERMANN

| Poutre n° | $\sigma_{cube}$ kg/cm2 | $\varpi$ | Ri kg/cm2 | $\Delta\sigma$ kg/cm2 | $M_{obs}$ kg. m. | avec $\sigma_e$ moyenne | | avec $\sigma_e$ du spécimen de la poutre | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | $M_{cal}$ kg. m. | $\frac{M_{obs}}{M_{cal}}$ | $M_{cal}$ kg. m. | $\frac{M_{obs}}{M_{cal}}$ |
| 7 | 500 | 0,01145 | 381,5 | 236 | 923 | 785 | 1,175 | 784 | 1,176 |
| 8 | 417,5 | 0,00652 | 331,5 | 490 | 1 135 | 882 | 1,285 | 882<br>848 | 1,285<br>1,338 |
| 9 | 437,5 | 0,00622 | 344 | 517 | 1 053 | 900 | 1,170 | 912<br>900 | 1,155<br>1,170 |
| 10 | 420 | 0,01575 | 333 | 165 | 1 127 | 894 | 1,262 | - | - |
| 11 | 512,5 | 0,00493 | 388 | 674 | 905 | 638 | 1,418 | 702 | 1,288 |
| 12 | 470 | 0,00491 | 364 | 665 | 856 | 696 | 1,230 | 702 | 1,220 |
| 13 | 432,5 | 0,00699 | 341 | 460 | 615 | 498 | 1,235 | 489 | 1,258 |
| 15 | 420 | 0,00497 | 333 | 643 | 851 | 697 | 1,220 | 701 | 1,213 |

## 5.43 - Méthode de "contrainte corrigée".

A notre avis ni la méthode de M.CHAMBAUD, ni le procédé de calcul du Pr STEUERMANN ne permettent de rendre compte d'une façon précise du comportement réel des poutres en béton armé. La première méthode oublie l'effet du béton tendu existant entre deux fissures. La deuxième néglige l'effet du raffermissement, tandis que les grands allongements des armatures observés au moment de rupture, montrent l'entrée de l'acier dans la zone du raffermissement.

Seule une méthode tenant compte de ces deux faits en même temps sera capable de décrire avec la moindre erreur le comportement des poutres en béton armé. La méthode proposée ci-après est une telle méthode.

La méthode consiste à chercher la contrainte dans l'acier par la méthode de M. CHAMBAUD, décrite en (5.41) et à multiplier cette contrainte par un coefficient de majoration " $\eta$" , pour obtenir la contrainte existant dans l'armature. Nous appelons la contrainte ainsi calculée "contrainte corrigée" et nous la désignons par $\sigma_{cor}$. Une fois $\sigma_{cor}$ trouvée, le calcul se déroulera exactement comme pour la méthode de M. CHAMBAUD.

Pour trouver la valeur numérique du coefficient " $\eta$ " nous faisons appel à la base théorique du procédé de calcul du Pr STEUERMANN, concernant la traction des barres d'acier ayant une gorge à raccordement incliné.

Quand on tire sur une telle barre, on constate une augmentation de la limite d'élasticité et de la contrainte de rupture par rapport à une barre ordinaire dont le diamètre est égal au diamètre de la section minimale de la première barre. Il faut remarquer que la contrainte normale n'est pas uniforme sur les sections droites de la gorge et il y a des concentrations importantes sur les fibres extérieures, mais nous parlons ici de la valeur moyenne des contraintes. Cela dit, posons

$$\eta = \frac{\text{contrainte de rupture de la barre ayant une gorge}}{\text{contrainte de rupture de la barre ordinaire correspondante}}$$

et essayons de trouver une relation analytique entre les dimensions de la gorge et la valeur de "$\eta$ ".

Soit $\sigma_1$ la contrainte normale maximale et $\sigma_2$ la contrainte dans la section courante de la barre, c'est-à-dire la contrainte minimale et " l " la longueur de la gorge, fig n° V - 21. Nous appelons alors $\frac{\sigma_x}{\sigma_1}$ , la contrainte relative et nous posons :

$$\xi = \frac{\frac{\sigma_1}{\sigma_1} - \frac{\sigma_2}{\sigma_1}}{\frac{1}{2}} = \frac{1 - \frac{\sigma_2}{\sigma_1}}{\frac{1}{2}} = \text{vitesse moyenne de la variation de la contrainte relative}$$

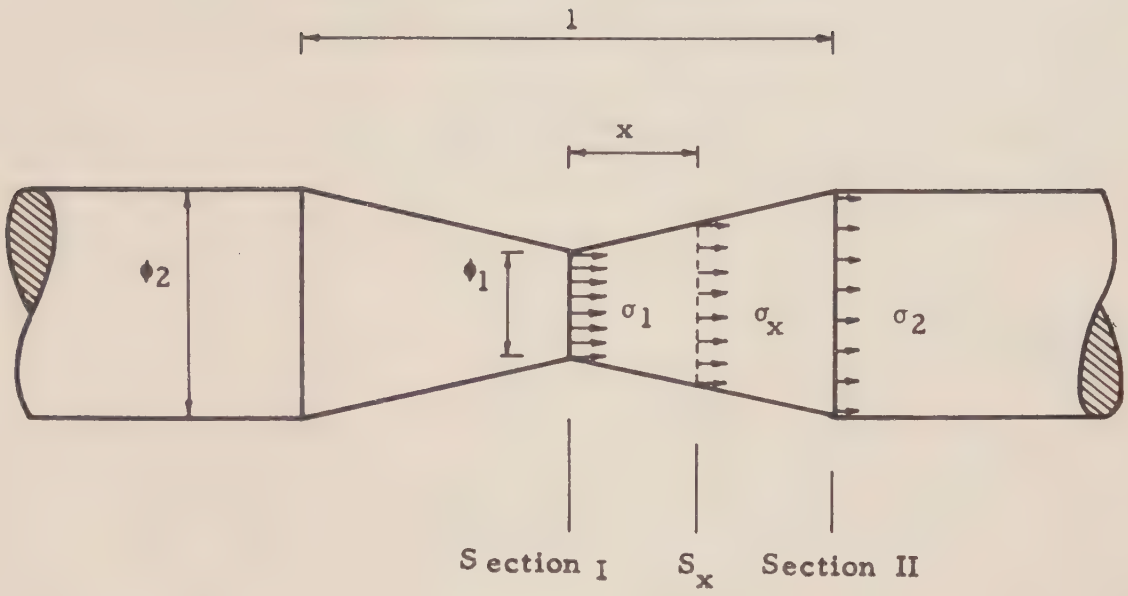



Fig n°V-21

(NOTA : la contrainte moyenne sur une section quelconque $S_x$ étant :

$$\sigma_x = \frac{\sigma_1}{\left(1+\left(\frac{\phi_2}{\phi_1}-1\right)\frac{2x}{l}\right)^2}$$

la variation de $\frac{\sigma_x}{\sigma_1}$ n'est pas linéaire entre les deux section $S_I$ et $S_{II}$, donc la vitesse de la variation ne peut pas être constante et dépend de x, mais nous nous contentons de sa valeur moyenne).

Pour $\xi = 0$ c'est-à-dire pour la barre sans gorge le coefficient $\eta$ est égal à "1". A mesure que $\xi$ prend des valeurs positives croissantes $\eta$ augmente. Mais l'expérience a montré (voir Recherches sur les propriétés mécaniques des métaux, M. PROT) que $\eta$ ne peut pas être supérieur à "2", autrement dit, quand $\xi$ prend des valeurs de plus en plus grandes $\eta$ tend vers "2". Ceci étant, nous proposons la relation suivante entre $\xi$ et $\eta$ :

$$\eta = \frac{2\xi + 1}{\xi + 1} \qquad (I)$$

Cette courbe s'accorde bien avec les résultats d'essais pour les petites valeurs de $\eta$ qui nous intéressent le plus, voir le tableau n° 5 - 13 et la figure n° V - 22.

Tableau n° 5 - 13

| | n° de barre | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Essais du Pr STEUERMANN | $\xi$ | 0 | 0,1383 | 0,2766 | 0,3738 | 1,3830 |
| | $\eta_{exp}$ | 1,00 | 1,11 | 1,17 | 1,31 | 1,50 |
| | $\eta_{cal}$ | 1,00 | 1,12 | 1,22 | 1,27 | 1,58 |

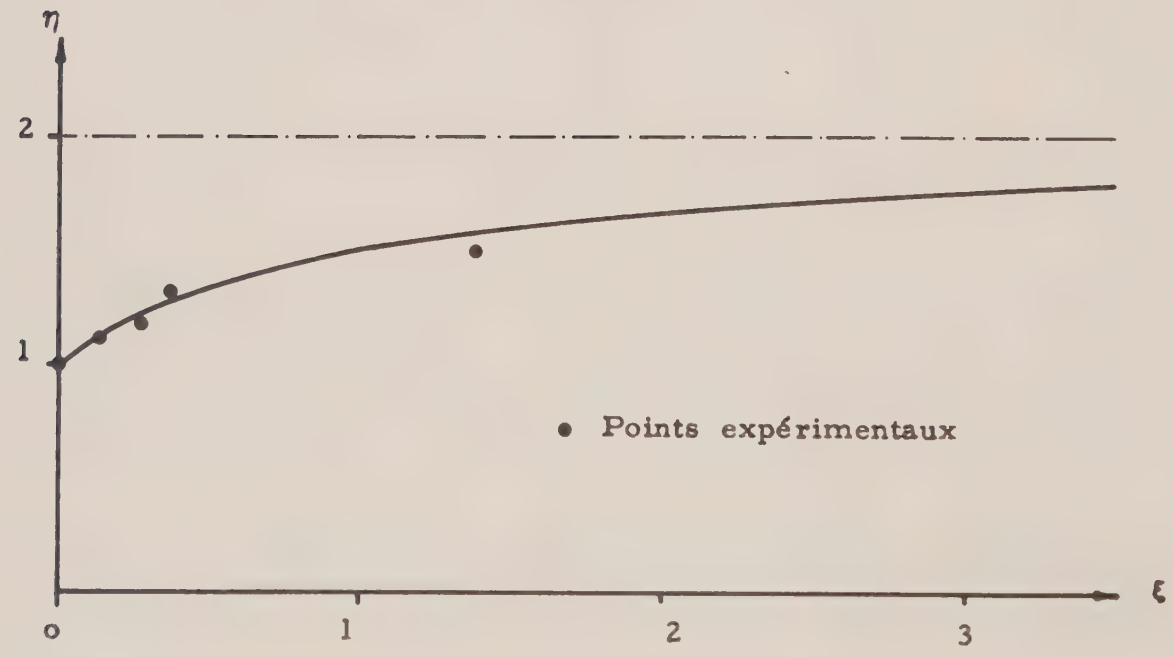



Fig N° V-22

Revenons maintenant au cas d'une armature entourée du béton tendu. Si nous calculons $\xi$ , la vitesse moyenne de la variation de la contrainte relative dans cette barre, étant donné l'analogie entre cette barre et la barre ayant une gorge la relation (I) nous fournira la valeur de " $\eta$ ".

Remarquons que, cette façon d'analyser l'analogie entre l'armature tendu et la barre ayant une gorge, est tout à fait approximative. Seule une étude expérimentale approfondie peut juger de sa validité.

Pour calculer $\xi$, considérons l'armature tendue d'une poutre fléchie. Le moment fléchissant peut être considéré comme constant sur une petite distance "l" , distance entre axes de deux blocs du béton non fissuré consécutifs. On peut donc, appliquer la théorie générale de la fissuration. (Bulletin n° 12 du C.E.B.)

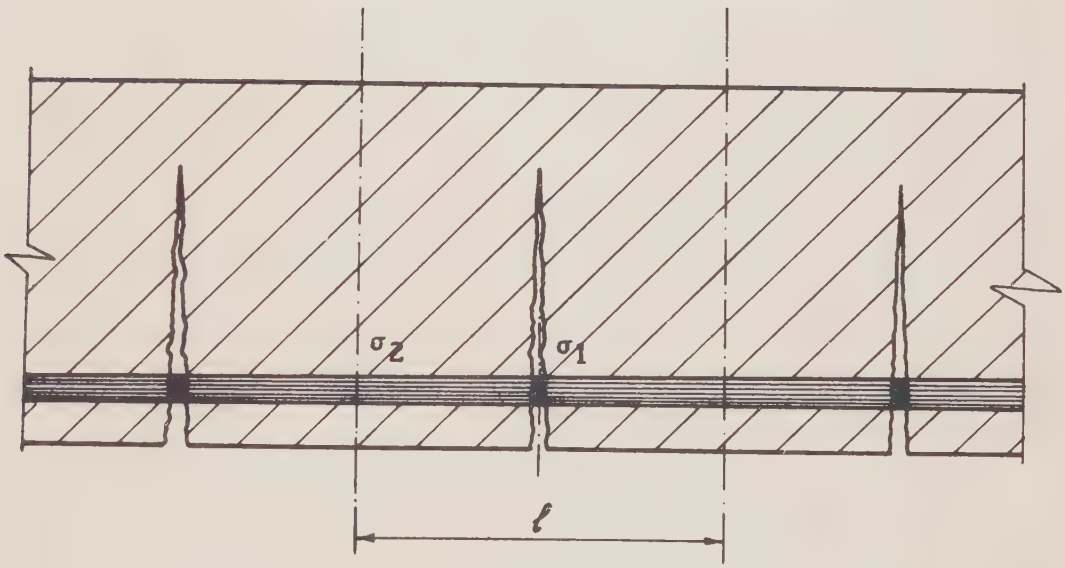



**Fig. n° V - 23**

Il est évident, qu'au droit de la fissure l'armature seule subit la totalité de la force de traction $F_1$ . La contrainte sur cette section est maximale et égale à $\sigma_1 = \frac{F_1}{S}$ , S étant la surface de la section droite de la barre. Mais au fur et à mesure que l'on avance dans la zone du béton non fissuré, l'armature transmet au béton une partie de cette force de traction, par l'effet de l'adhérence de sorte que, au milieu du béton non fissuré c'est-à-dire à $\frac{l}{2}$ du bord de la fissure, l'armature ne subit que la force $F_2 < F_1$ .

La contrainte est minimale et égale à $\sigma_2 = \frac{F_2}{S}$ dans cette section et le béton supporte une force de traction qui lui est transmise par l'armature. Soit $F_b$ cette force de traction, il va de soi que

$$F_1 - F_2 = F_b$$

en divisant les deux membres de cette relation par $S$, on peut l'écrire successivement sous les formes suivantes :

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{F_b}{S}$$

$$1 - \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{F_b}{S\sigma_1}$$

$$\frac{1 - \frac{\sigma_2}{\sigma_1}}{\frac{1}{2}} = \frac{F_b}{S\sigma_1 \times \frac{1}{2}}$$

$$\xi = \frac{F_b}{S\sigma_1 \times \frac{1}{2}}$$

$$\xi = \frac{F_b}{S\frac{\sigma_1}{\sigma_e} \times \sigma_e \frac{1}{2}}$$

dans cette relation $\sigma_e$ est la limite d'élasticité de la barre et en supposant $\frac{\sigma_1}{\sigma_e} \simeq \eta$, on obtient

$$\xi = \frac{F_b}{S\sigma_e \frac{1}{2} \eta}$$

il ne nous reste à évaluer que $F_b$ et $l$. Pour calculer $F_b$ nous admettons avec M. L.P.BRICE que la contrainte d'adhérence $\tau$ est constante, il en résulte immédiatement

$$F_b = \tau \times p \times \frac{l}{2}$$

ou bien

$$\frac{F_b}{\frac{l}{2}} = \tau \times p$$

dans laquelle p est le périmètre de la barre et égal à $\Pi \phi$ . Comme S est égal à $\frac{\Pi \phi^2}{4}$ nous pouvons écrire

$$\zeta = \frac{4 \tau}{\phi \sigma_e \eta} \quad (II)$$

des deux relations (I) et (II) résulte :

$$\eta = \frac{\frac{8 \tau}{\phi \sigma_e \eta} + 1}{\frac{4 \tau}{\phi \sigma_e \eta} + 1}$$

cette relation peut être écrite sous la forme suivante :

$$\eta^2 + (r - 1) \eta - 2r = 0$$

où

$$r = \frac{4 \tau}{\phi \sigma_e}$$

connaissant la valeur de r, cette relation nous fournit :

$$\eta = \frac{1 - r + \sqrt{1 + r^2 + 6r}}{2}$$

(l'autre racine de cette équation n'est pas acceptable puisque $\eta$ est supérieur à zéro).

Pour calculer "r", nous avons besoin de la valeur numérique de $\tau$

M. BRICE donne la formule suivante pour $\tau$

$$\tau = \frac{2\,k\,n'_0}{1 + \frac{3\,e_a}{e_b}}$$ (Bulletin n° 12 du C.E.B.)

dans cette formule les notations ont les significations suivantes :

k - coefficient numérique qui est égal à 1 pour l'acier doux et égal à 1,6 pour l'acier à haute adhérence

$n'_0$ - résistance à la traction du béton

$e_a$ - somme des diamètres des barres

$e_b$ - largeur de la poutre moins $e_a$

Nous avons calculé le moment résistant de nos poutres dalles de référence "A" par cette méthode. Les résultats obtenus figurent dans le tableau n° 5 - 14.

Nous avons aussi établi un tableau récapitulatif de tous les résultats de calcul de nos poutres par les différentes méthodes. Tableau n° 5 - 15.

Ces tableaux montrent que la méthode de "contrainte corrigée" donne les résultats les plus satisfaisants. Cependant il faut remarquer que la méthode est longue et laborieuse.

Une autre conclusion peut être tirée du dernier tableau; les résultats du calcul, fait avec les valeurs moyennes de $\sigma_e$ ne diffèrent pas beaucoup (sauf quelques exceptions par exemple poutre 11 "A") des résultats du calcul fait en tenant compte des valeurs exactes de $\sigma_e$. Ce fait justifie l'utilisation du diagramme moyen de contrainte / allongement de l'acier pour les calculs courants.

Tableau n° 5 - 14

Résultats de calcul des poutres-dalles "A"

par la méthode de "contrainte corrigée"

| Poutre n° | $\tau$ kg/cm2 | $M_{obs}$ kg. m. | avec $\sigma_e$ moyenne | | | avec $\sigma_e$ du spécimen de la poutre | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | $\eta$ | $M_{cal}$ kg. m. | $\frac{M_{obs}}{M_{cal}}$ | $\eta$ | $M_{cal}$ kg. m. | $\frac{M_{obs}}{M_{cal}}$ |
| 7 | 52,0 | 923 | 1,051 | 814 | 1,134 | 1,052 | 781 | 1,182 |
| 8 | 71,6 | 1 135 | 1,057 | 992 | 1,145 | 1,057<br>1,059 | 992<br>929 | 1,145<br>1,222 |
| 9 | 72,9 | 1 053 | 1,061 | 1027 | 1,027 | 1,060<br>1,061 | 1014<br>1027 | 1,039<br>1,027 |
| 10 | 36,8 | 1127 | 1,040 | 946 | 1,190 | - | - | - |
| 11 | 41,6 | 905 | 1,038 | 785 | 1,152 | 1,035 | 878 | 1,031 |
| 12 | 79,5 | 856 | 1,063 | 759 | 1,128 | 1,062 | 758 | 1,130 |
| 13 | 50,3 | 615 | 1,070 | 549 | 1,121 | 1,072 | 539 | 1,141 |
| 15 | 85,8 | 851 | 1,065 | 733 | 1,162 | 1,065 | 734 | 1,160 |

Tableau n° 5 - 15

TABLEAU RECAPITULATIF

| n° de Poutre | $M_{obs}$ kg. m. | avec $\sigma_e$ moyenne | | | | | | avec $\sigma_e$ du specimen de la poutre | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | M. Chambaud | | Pr. Steuermann | | cont. corrigée | | M. Chambaud | | Pr. Steuermann | | cont. corrigée | |
| | | $M_{cal}$ kg. m. | $\frac{M_{obs}}{M_{cal}}$ | $M_{cal}$ kg. m. | $\frac{M_{obs}}{M_{cal}}$ | $M_{cal}$ kg. m. | $\frac{M_{obs}}{M_{cal}}$ | $M_{cal}$ kg. m. | $\frac{M_{obs}}{M_{cal}}$ | $M_{cal}$ kg. m. | $\frac{M_{obs}}{M_{cal}}$ | $M_{cal}$ kg. m. | $\frac{M_{obs}}{M_{cal}}$ |
| 7 | 923 | 774 | 1,194 | 785 | 1,175 | 814 | 1,134 | 742 | 1,244 | 784 | 1,176 | 781 | 1,182 |
| 8 | 1 135 | 938 | 1,210 | 882 | 1,285 | 992 | 1,145 | 938<br>877 | 1,210<br>1,294 | 882<br>848 | 1,285<br>1,338 | 992<br>929 | 1,145<br>1,222 |
| 9 | 1 053 | 966 | 1,091 | 900 | 1,170 | 1 027 | 1,027 | 957<br>966 | 1,101<br>1,091 | 912<br>900 | 1,155<br>1,170 | 1 014<br>1 027 | 1,039<br>1,027 |
| 10 | 1 127 | 910 | 1,240 | 894 | 1,262 | 946 | 1,190 | - | - | - | - | - | - |
| 11 | 905 | 757 | 1,195 | 638 | 1,418 | 785 | 1,152 | 849 | 1,065 | 702 | 1,288 | 878 | 1,031 |
| 12 | 856 | 714 | 1,200 | 696 | 1,230 | 759 | 1,128 | 714 | 1,200 | 702 | 1,220 | 758 | 1,130 |
| 13 | 615 | 513 | 1,200 | 498 | 1,235 | 549 | 1,121 | 502 | 1,226 | 489 | 1,258 | 539 | 1,141 |
| 15 | 851 | 688 | 1,238 | 697 | 1,220 | 733 | 1,162 | 690 | 1,233 | 701 | 1,213 | 734 | 1,160 |

## 5.5 - L'influence de $\beta = \frac{m'}{m_2}$ sur la charge de rupture

### 5.51 - Introduction

La théorie du Pr. JOHANSEN ne limite en aucun cas la valeur de $\beta$ . D'après cette théorie, la plasticité du béton à la rupture permet une redistribution importante des moments, ce qui laisse à l'ingénieur une grande liberté de choix, en ce qui concerne le rapport $\frac{m'}{m_2}$

La théorie du Pr. JOHANSEN conduit à ce que dans la plupart des cas, quand la hauteur utile, les caractères mécaniques de l'acier et la somme des pourcentages d'armature en travée et sur appui restent inchangés, la diminution de l'armature sur appui et l'augmentation de l'armature en travée a pour effet une augmentation de la charge de rupture.

Par exemple, pour une dalle à deux panneaux et chargée de huit charges concentrées comme nos dalles d'essai, quand $\alpha = \frac{m_2}{m_1} = 1$ :

(a)

pour $\beta \leq \beta_0$

$$Q_1 = \left(2\sqrt{2} + \frac{\beta}{2} + \sqrt{1+\beta}\sqrt{2\sqrt{1+\beta}} + \sqrt{2\sqrt{1+\beta}} - 2\sqrt{1+\beta}\right) m_s$$

pour $\beta \geq \beta_0$

$$Q_2 = \left(3\sqrt{2} - 2 + \frac{\beta}{4} + \frac{1}{2}\sqrt{1+\beta}\sqrt{6\sqrt{1+\beta}} + \frac{3}{2}\sqrt{6\sqrt{1+\beta}} - 3\sqrt{1+\beta}\right) m_s$$

où $m_{s1} = m_{s2} = m_s$

D'autre part, quand h et les caractères mécaniques de l'acier sont les mêmes sur appui et en travée, la constance de la somme des pourcentages d'acier en travée et sur appui se traduit par la relation suivante :

$$m_s + m'_s = C^{nte} = M$$

étant donné

$$\beta = \frac{m'_s}{m_s}$$

on peut écrire

$$m_s + \beta m_s = M$$

d'où

$$(b) \qquad m_s = \frac{M}{1 + \beta}$$

en substituant (b) dans (a), nous obtenons les relations (d)

$$(d) \quad \begin{cases} \beta \leqslant \beta_0 \\ Q_1 = \dfrac{M\left(2\sqrt{2} + \dfrac{\beta}{2} + \sqrt{1+\beta}\sqrt{2\sqrt{1+\beta}} + \sqrt{2\sqrt{1+\beta}} - 2\sqrt{1+\beta}\right)}{1 +} \\ \beta \geqslant \beta_0 \\ Q_2 = \dfrac{M\left(3\sqrt{2} - 2 + \dfrac{\beta}{4} + \dfrac{1}{2}\sqrt{1+\beta}\sqrt{6\sqrt{1+\beta}} + \dfrac{3}{2}\sqrt{6\sqrt{1+\beta}} - 3\sqrt{1+\beta}\right)}{1 + \beta} \end{cases}$$

De même pour une poutre continue à deux travées appuyée et chargée exactement comme nos poutres d'essai "B" on trouve :

$$(e) \qquad Q = \frac{4 + \beta}{4a} m_s$$

et comme

$$m_s + m'_s = C^{nte} = M$$

$$m_s = \frac{M}{1 + \beta}$$

on peut encore écrire

$$(f) \qquad \boxed{Q = \frac{M}{4a} + \frac{3M}{4a(1 + \beta)}}$$

Les deux relations (d) nous donnent les deux hyperboles de la figure n° V - 24 dont les parties en pointillé ne sont pas acceptables

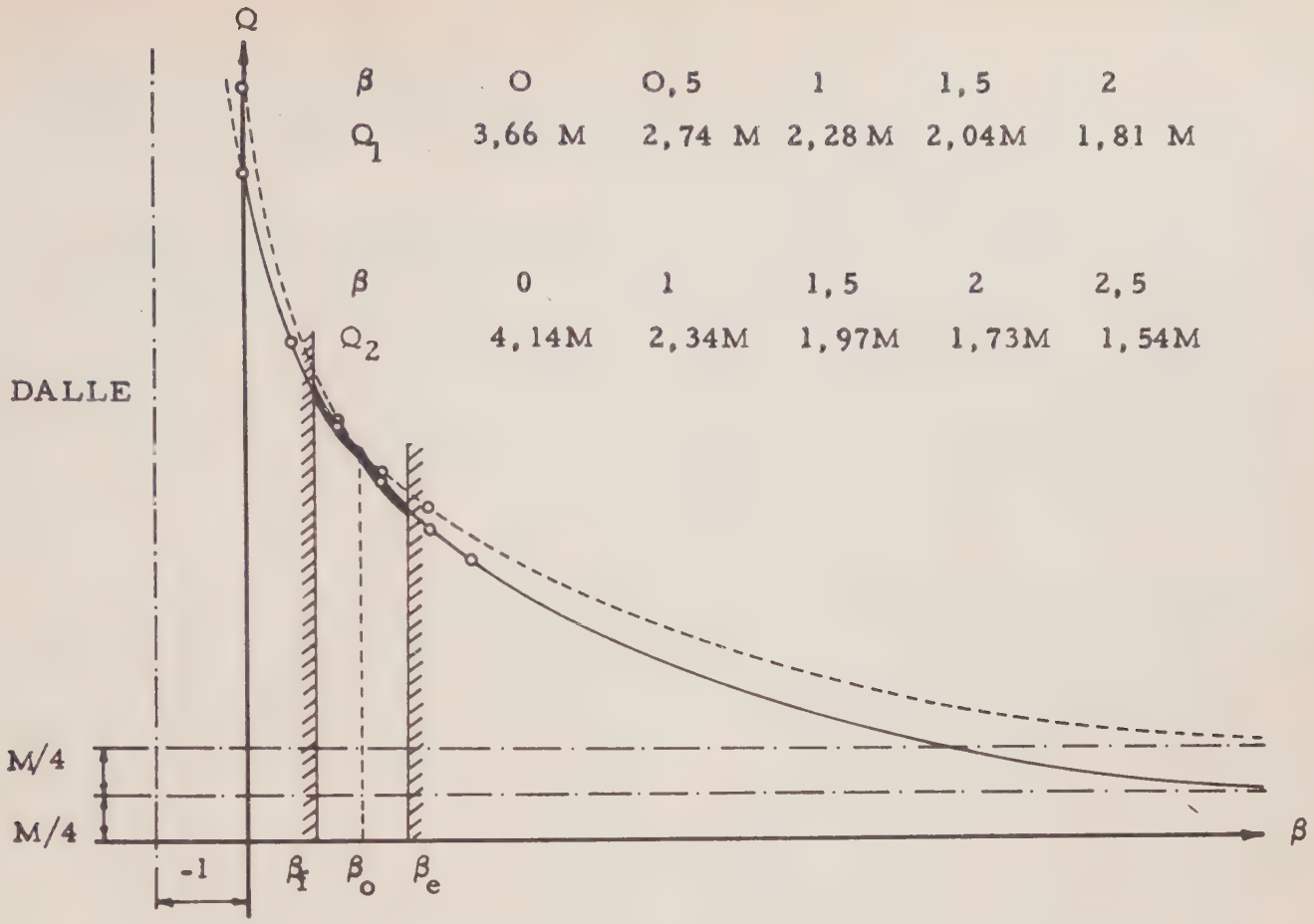



Fig N° V-24

La relation (f) peut être représentée par une autre hyperbole Fig.n° V-25

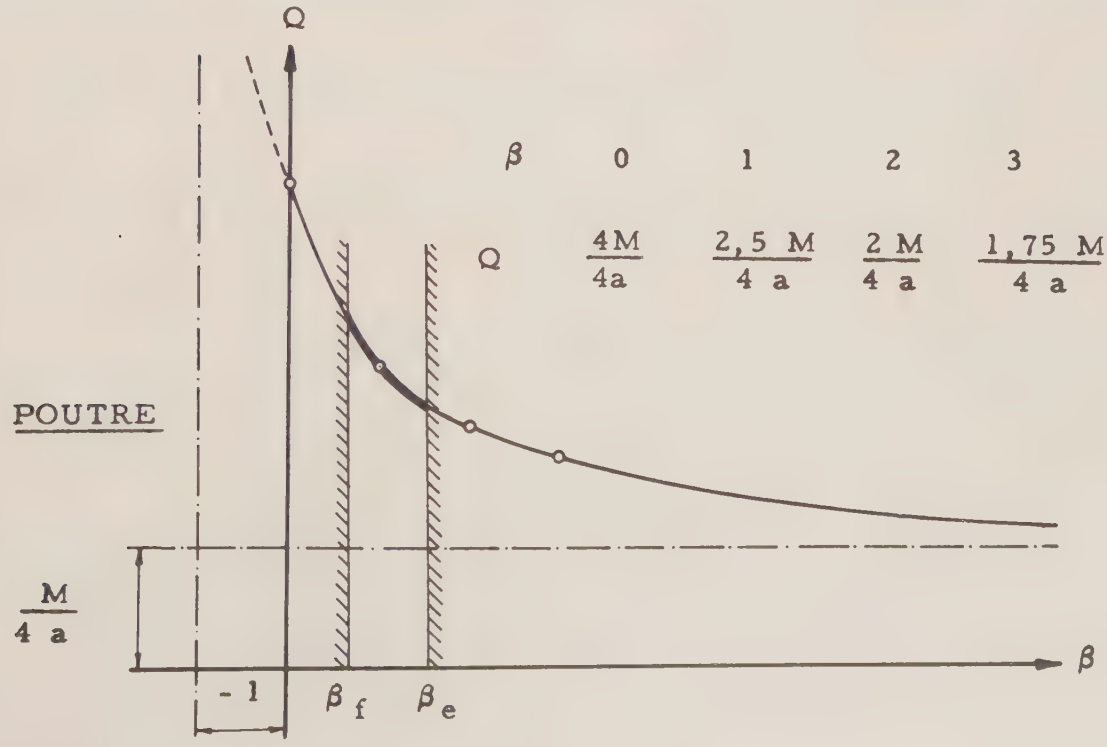



Fig. n° V - 25

Ces graphiques montrent qu'en réalité la diminution de $\beta$ c'est-à-dire la diminution de l'armature sur appui correspond à une augmentation de la charge de rupture Q. C'est là la raison de la tendance des ingénieurs calculateurs à diminuer la quantité de l'acier sur appui.

Notons qu'on ne dépasse en aucun cas la quantité d'armature sur appui donnée par le calcul élastique, l'acier subirait une contrainte nettement inférieure à ce qu'il pourrait supporter sans danger. D'autre part, on ne peut pas descendre la valeur de $\beta$ jusqu'au zéro, car il faut aussi tenir compte de la sécurité à la fissuration et à la déformation. La valeur de $\beta$ doit donc rester toujours entre deux limites : limite supérieure $\beta_e$, la valeur trouvée par la méthode élastique en ce qui concerne le comportement de l'élément, et la limite inférieure $\beta_f$, valeur imposée par les conditions de sécurité à la fissuration et à la déformation qui peut résulter également d'un calcul élastique.

Il faut toutefois remarquer que la diminution de $\beta$ pour obtenir une charge de rupture plus grande ne constitue pas toujours la solution la plus économique. Etant donné la constance de la somme des pourcentages d'armature en travée et sur appui et la longueur relativement petite des chapeaux par rapport aux armatures en travée, la diminution de $\beta$ entraîne toujours une augmentation de la quantité totale d'acier.

Si nous posons

$$\nu = \frac{\text{Quantité totale d'acier}}{\text{charge de rupture}}$$

dans la plupart des cas $\nu$ varie dans le sens inverse de $\beta$, c'est-à-dire en diminuant $\beta$ on augmente non pas seulement la charge de rupture mais aussi $\nu$ la quantité d'acier exigée par l'unité de charge. Il s'ensuit immédiatement que pour une même quantité totale d'armature la diminution de $\beta$ fait diminuer la charge de rupture. C'est le cas pour la dalle et la poutre continue étudiées ci-avant.

La dalle étant également armée dans les deux sens la constance de la quantité totale d'acier se traduit par la relation suivante, fig.n° V - 26

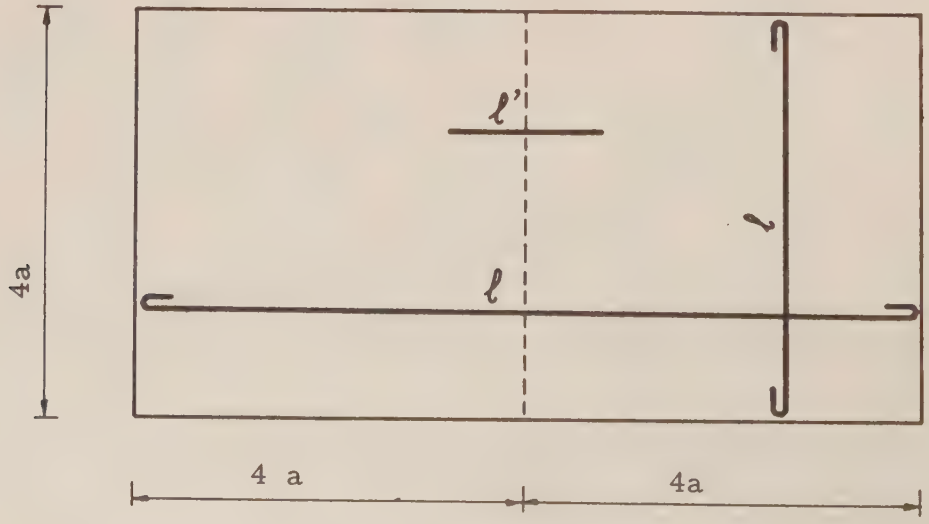



Fig. n° V - 26

$$4a \times Al_2 + 8a \times Al_1 + 4a \times A' l' = C^{nte}$$

en posant $\lambda = \dfrac{l'}{l_2 + 2l_1}$ on peut écrire cette relation sous les formes suivantes:

$$A\,(l_2 + 2\,l_1) + A'\,l' = C^{nte}$$

$$A + \lambda\, A' = C^{nte}$$

$$m_s + \lambda\, m'_s = C^{nte}$$

$$m_s + \lambda\beta m_s = M$$

d'où

$$(g) \qquad m_s = \frac{M}{1 + \beta\lambda}$$

en substituant (g) dans (a) on obtient

$$(h)' \quad \begin{cases} \beta \leq \beta_0 \\ Q_1 = \dfrac{M\left(2\sqrt{2} + \dfrac{\beta}{2} + \sqrt{1+\beta}\sqrt{2\sqrt{1+\beta}} + \sqrt{2\sqrt{1+\beta}} - 2\sqrt{1+\beta}\right)}{1 + \lambda\beta} \\ \beta \geq \beta_0 \\ Q_2 = \dfrac{M\left(3\sqrt{2} - 2 + \dfrac{\beta}{4} + \dfrac{1}{2}\sqrt{1+\beta}\sqrt{6\sqrt{1+\beta}} + \dfrac{3}{2}\sqrt{6\sqrt{1+\beta}} - 3\sqrt{1+\beta}\right)}{1 + \lambda\beta} \end{cases}$$

Pour toutes les valeurs de $\lambda$ la figure n° V - 27 représente l'allure générale des deux courbes(h) entre $\beta = 0$ et $\beta = 3$

Cette figure montre que, quand $\lambda$ est inférieur à 0,120 la diminution de $\beta$ entraîne la diminution de la charge de rupture. Ce fait est plus accentué pour $\beta < \beta_0$. Dans ce cas la solution la plus économique consiste à choisir pour $\beta$ la plus grande valeur possible.

Quand $0{,}120 < \lambda < 0{,}246$ la meilleure répartition de l'acier entre travée et appui se réalise pour $\beta = \beta_0$ . A partir de $\lambda = 0{,}246$, la diminution de $\beta$ fait augmenter la charge de rupture soit pour $m + m' = C^{nte}$ soit pour $m + \lambda\, m' = C^{nte}$ . Notons que pour nos dalles $\lambda$ atteignait à peine 0,1.

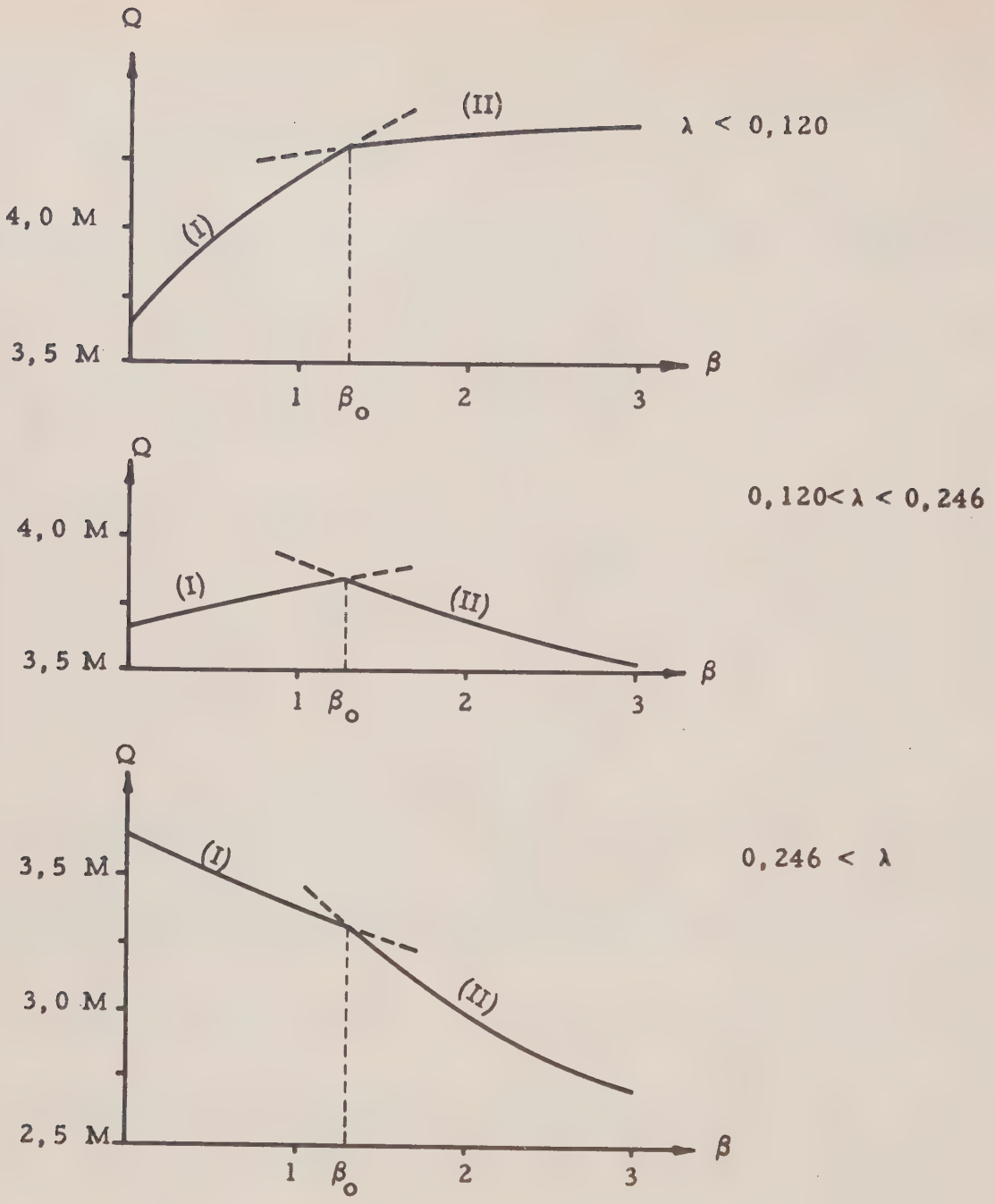



**Fig N° V-27**

De même pour la poutre, nous avons :

$$A l_1 + A' l' = C^{nte}$$

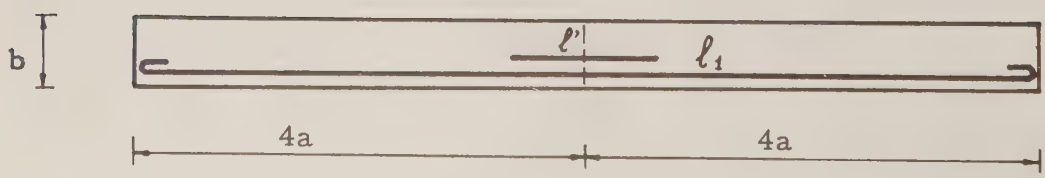



**Fig. n° V -28**

et avec $\lambda = \frac{l'}{l_1}$ On peut l'écrire

$$m_s + \lambda\, m'_s = C\,nte = M$$

d'où

$$(i) \qquad m_s = \frac{M}{1 + \lambda\beta}$$

en substituant (i) dans (e) on trouve

$$(j) \qquad Q = \frac{(4 + \beta)\, M}{1 + \lambda\beta}$$

Cette relation peut être représentée par la figure n° V - 29

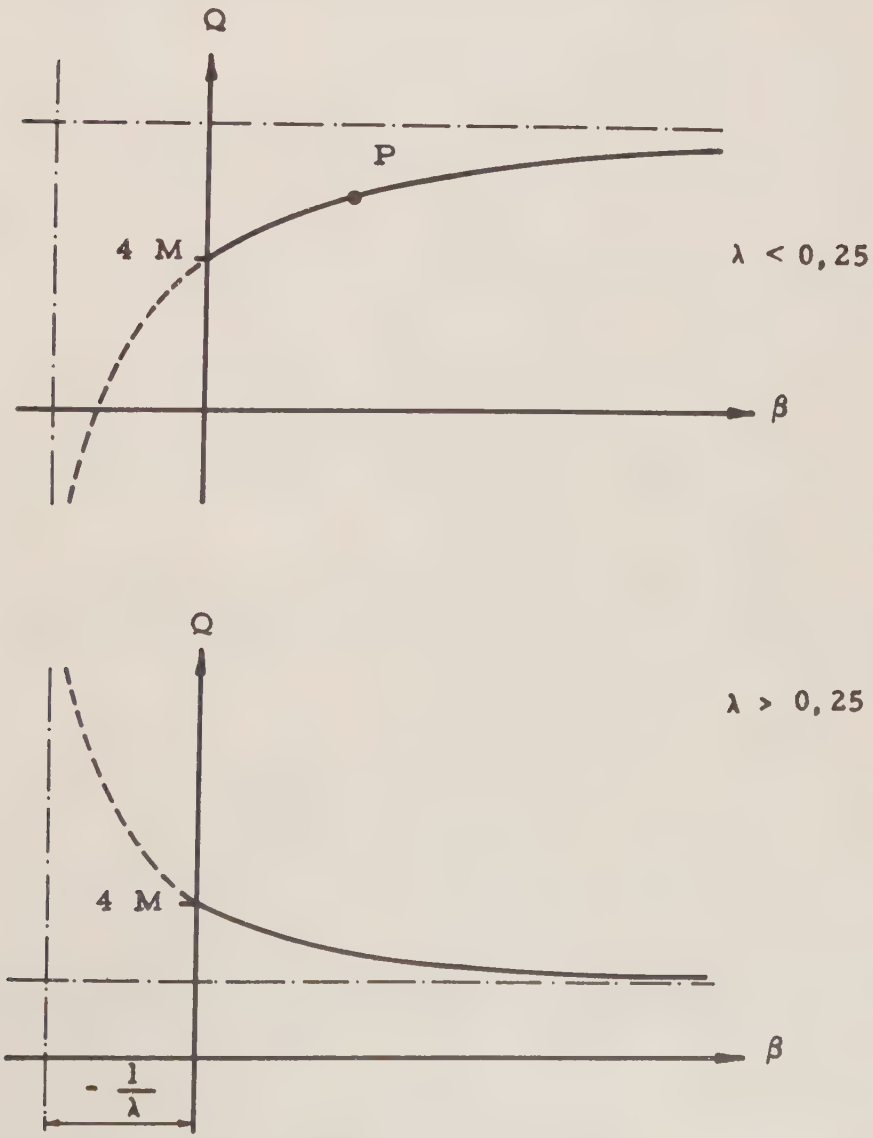



Fig N° V-29

Soit P un point quelconque de la première courbe. Plus $\lambda$ est petit plus la pente de cette courbe à ce point est grande, c'est-à-dire en diminuant $\beta$, on diminue plus rapidement la valeur de la charge de rupture.

Cela n'est valable que pour $\lambda < 0,25$. Quand $\lambda > 0,25$ la diminution de $\beta$ constitue une solution économique.

Pour nos poutres $\lambda$ était égal à 0,2 environ.

Les exemples précédents montrent d'une manière nette l'influence de $\beta$ sur la charge de rupture mais cette question, malgré son importance n'a pas encore été étudiée d'une façon approfondie.

Bien que nos essais n'aient pas pour but essentiel d'étudier l'influence du rapport $\frac{m'}{m_2}$ sur la charge de rupture, les différentes répartitions de la quantité totale d'armature entre travée et appui nous a permis de donner quelques petites indications à propos de ce problème. Rappelons que ces indications ne constituent pas la solution définitive et le problème reste encore à étudier.

5.52 - Poutres-dalles continues :

Pour ces poutres nous avons trouvé au paragraphe (5.2122)

$$(a) \quad Q = \frac{4 + \beta}{2,5} \, m_s$$

d'où

$$\frac{Q}{m_s} = \frac{4 + \beta}{2,5}$$

cette relation peut être représentée par une ligne droite dans le système d'axes $\frac{Q}{m_s}$ et $\beta$, figure n° V - 30.

D'autre part, nous connaissons les valeurs expérimentales de Q pour toutes les poutres et nous pouvons calculer facilement $m_s$ sachant que

$$m = m_s + m_p$$

$$m_p = \frac{6 \, a^2 q}{4 + \beta} = \frac{234,375}{4 + \beta}$$

$$m = m_{Bcal}$$

$m_s$ étant déterminé le calcul du rapport $\frac{Q}{m_s}$ est immédiat.

Le tableau n° 5 - 16 intègre tous les renseignements.

Tableau n° 5 - 16

| Poutre n° | $Q_{exp}$ | β | $m_{Bcal}$ | $m_p$ | $m_s$ | $\frac{Q_{exp}}{m_s}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 | 1850 | 1 | 923 | 47 | 876 | 2,11 |
| 8 | 2146 | 0,99 | 1155 | 47 | 1108 | 1,94 |
| 9 | 2197 | 0,98 | 1045 | 47 | 998 | 2,20 |
| 10 | 2269 | 0,74 | 1190 | 49 | 1141 | 1,99 |
| 11 | 1459 | 1,35 | 810 | 44 | 766 | 1,90 |
| 12 | 1636 | 1,30 | 847 | 44 | 803 | 2,04 |
| 13 | 1270 | 1,39 | 591 | 43 | 548 | 2,32 |
| 14 | 1755 | 1,34 | 814 | 44 | 770 | 2,28 |
| 15 | 1684 | 1,39 | 815 | 43 | 772 | 2,18 |

En portant les points expérimentaux sur le graphique de la figure n° V - 30, nous constatons une concordance suffisante entre la théorie et les résultats d'expérience.

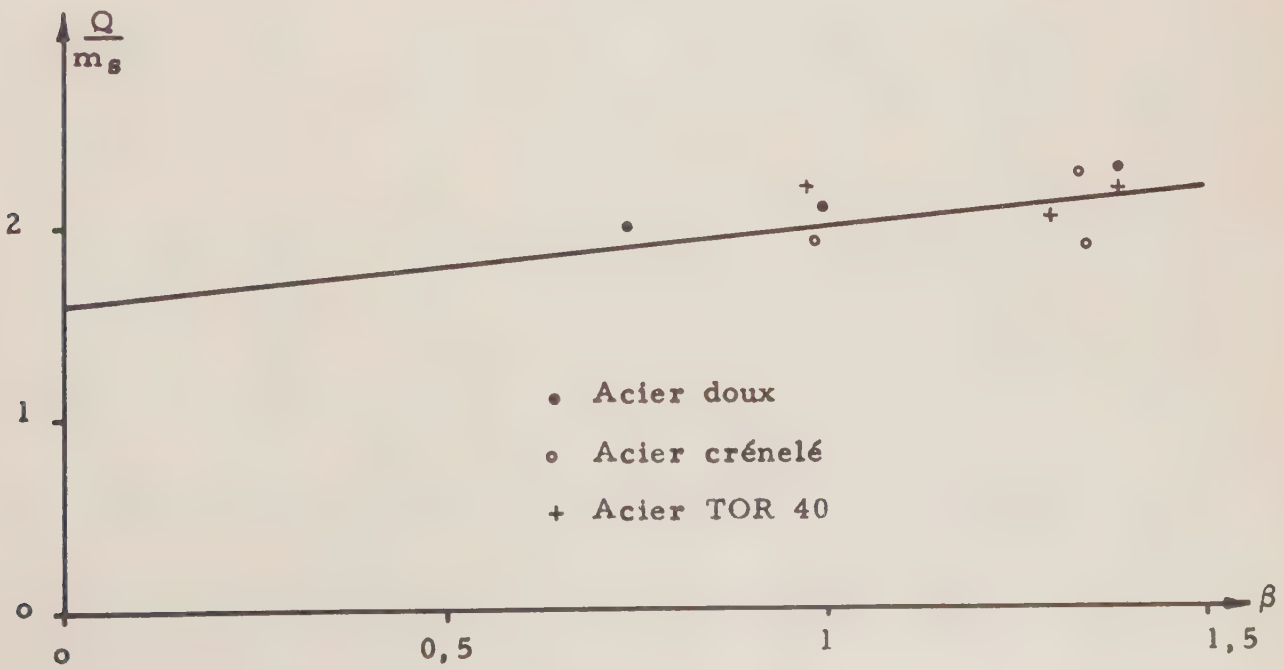



Fig n°V-30

5.53 - Dalles continues :

Pour les dalles nous avons déjà établi l'abaque de la figure V - 9 par intermédiaire duquel nous pouvons lire directement $\frac{Q}{m_{s1}}$ en fonction de $\alpha$ et $\beta$

Pour nos dalles d'essai $0,8 < \alpha < 1$ , donc la partie de cet abaque qui nous intéresse est limitée entre les courbes correspondantes à $\alpha = 0,8$ et $\alpha = 1,0$ représentées à la figure n° V - 31. Ceci étant, connaissant $Q_{exp}$ et $m_{1cal}$ et sachant que

$$m_{s1} = m_{1cal} - m_{p1}$$

$\beta < \beta_0$ $$m_{p1} = \frac{\frac{qa^2}{12}\left(28 - \frac{XY\,(X+Y)}{X+Y-XY} - U_1V_1\right)}{C_1}$$

$\beta > \beta_0$ $$m_{p1} = \frac{\frac{qa^2}{12}\left(20 - \frac{XY(X+Y)}{X+Y-XY} - 3\,U_2V_2\right)}{C_2}$$

Nous pouvons établir le tableau n° 5 - 17.

Tableau n° 5 - 17

| Dalle n° | $Q_{exp}$ | $\alpha$ | $\beta$ | $m_{1cal}$ | $m_{p1}$ | $m_{s1}$ | $\frac{Q_{exp}}{m_{s1}}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 | 10355 | 0,817 | 1,146 | 2399 | 53 | 2346 | 4,41 |
| 8 | 11954 | 0,879 | 1,055 | 2900 | 52 | 2848 | 4,20 |
| 9 | 12182 | 0,878 | 1,111 | 2545 | 51 | 2494 | 4,88 |
| 10 | 11516 | 0,876 | 1,129 | 2416 | 51 | 2365 | 4,87 |
| 11 | 9665 | 0,871 | 1,201 | 2066 | 50 | 2016 | 4,79 |
| 12 | 10234 | 0,965 | 1,316 | 2191 | 47 | 2144 | 4,77 |
| 13 | 7717 | 0,935 | 1,982 | 1421 | 30 | 1391 | 5,55 |
| 14 | 8010 | 0,991 | 1,771 | 1605 | 29 | 1576 | 5,08 |
| 15 | 8172 | 0,992 | 1,787 | 1523 | 29 | 1494 | 5,47 |

En portant ces points sur la figure n° V - 31, pour nos dalles, nous constatons aussi une bonne concordance entre la théorie et les résultats expérimentaux.

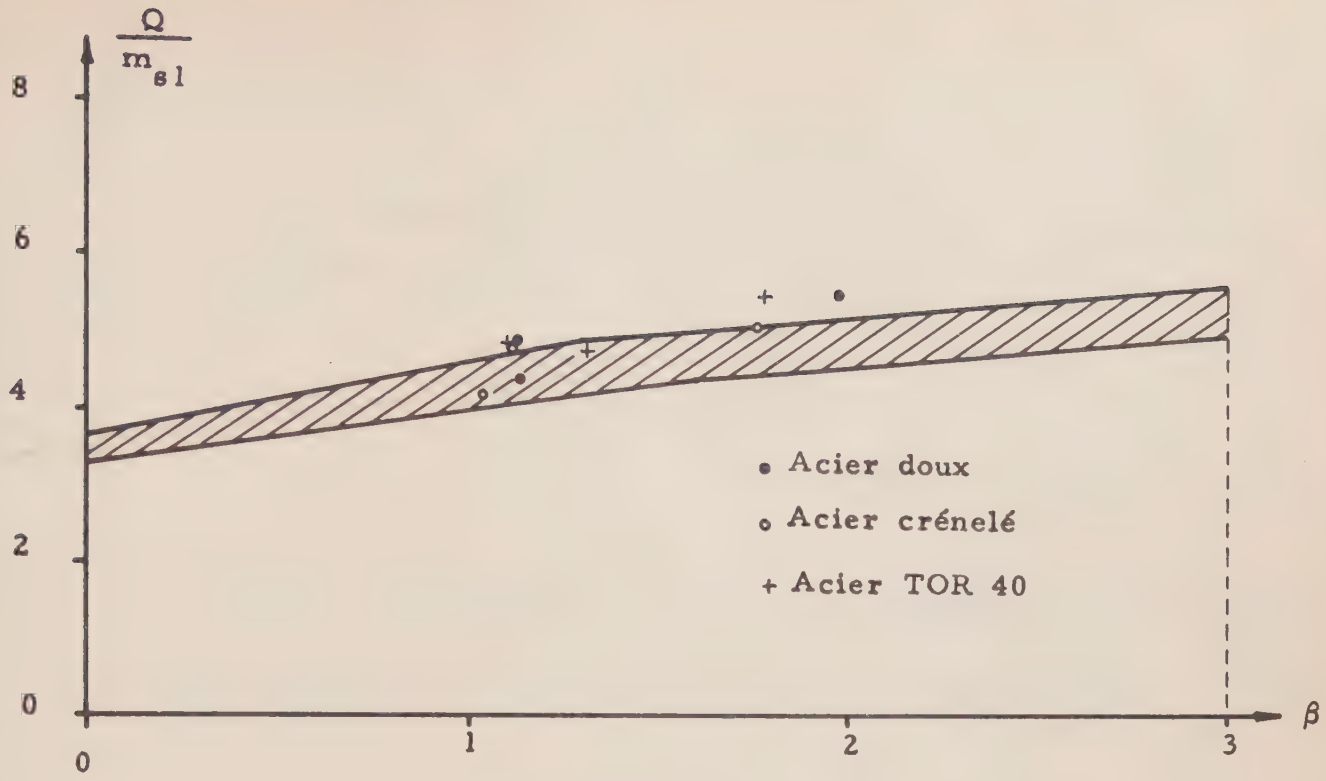



Fig n° V-31

5,6 - Poinçonnement

Toutes les dalles d'essai ont poinçonné d'une façon analogue, sauf la dalle n° 10 qui avait le pourcentage d'acier le plus élevé (1,575 %). Le poinçonnement s'est produit au droit des charges concentrées extrêmes où l'ouverture des fissures était considérable. Seule la dalle n° 9 a poinçonné au voisinage de l'appui central.

Etant donné la généralité du phénomène, il nous parait nécessaire de vérifier la sécurité des dalles essayées vis à vis du danger de poinçonnement. Nous y procéderons par deux formules, l'une proposée par E. HOGNESTAD, et l'autre par J.MOE qui sont les plus connues et les plus utilisées.

E.HOGNESTAD, en supposant qu'il n'y a pas d'armature d'effort tranchant propose la formule suivante :

$$P_p = \frac{7}{8} \; ph \; \sigma_{cyl} \left( \frac{23,4}{\sigma_{cyl}} + \frac{0,046}{\phi_0} \right)$$

( unités : kg et cm)

dans laquelle :

- $P_p$ est la charge de rupture par poinçonnement
- p est le périmètre du poinçon. Si $a_o$ est le côté du carré d'application de la charge, nous aurons

$$p = 4\ a_o$$

- h est la hauteur utile de la dalle
- $\sigma_{cyl}$ est la résistance à la compression du béton sur cylindre.
- $\phi_o = \frac{P_p}{P_f}$ où $P_f$ est la charge de rupture par flexion

En divisant les deux membres de cette formule par $P_f$ on peut l'écrire sous la forme suivante :

$$\frac{P_f}{3{,}5\ a_o h}\ \phi_o^2 - 23{,}4\ \phi_o - 0{,}046\ \sigma_{cyl} = 0$$

d'où

$$(1) \qquad \phi_o = \frac{11{,}7 + \sqrt{136{,}89 + 0{,}046\sigma_{cyl}\ \frac{P_f}{3{,}5\ a_o h}}}{\frac{P_f}{3{,}5\ a_o h}}$$

(l'autre racine de cette équation n'est pas valable, puisque $\phi_o$ doit être toujours supérieure à zéro).

J.MOE en conclusion de ses études préconise la formule ci-dessous

$$P_p = ph\sqrt{\sigma_{cyl}} \times \frac{15\ (1 - 0{,}075\ \frac{a_o}{h})}{1 + 5{,}25\ \frac{ph\sqrt{\sigma_{cyl}}}{P_f}}$$

(unités : lb et in)

où les notations ont les mêmes significations que dans la formule d'HOGNESTAD.

En divisant les deux membres de cette formule par $P_f$ et en utilisant le

système métrique, on peut l'écrire sous la forme suivante :

$$(2) \qquad \phi_o = \frac{1 - 0{,}075 \frac{a_o}{h}}{\frac{P_f}{16\, a_o h \sqrt{\sigma_{cyl}}} + 0{,}35}$$

(unités : kg et cm)

Les relations (1) et (2) nous permettent d'établir le tableau n° 5-18. Notons que $\phi_o$ est calculé une première fois en considérant $P_f = Q_{th}$ c'est-à-dire la charge de rupture par flexion théorique calculé en (5.33) et une deuxième fois pour $P_f = Q_{exp}$;

Tableau n° 5 - 18

| N° de dalle | $\phi_o$ calculé avec $Q_{th}$ | | $\phi_o$ calculé avec $Q_{exp}$ | |
|---|---|---|---|---|
| | HOGNESTAD | MOE | HOGNESTAD | MOE |
| 7 | 1,090 | 1,244 | 1,105 | 1,238 |
| 8 | 1,231 | 1,230 | 1,240 | 1,239 |
| 9 | 1,632 | 1,362 | 1,486 | 1,293 |
| 10 | 1,627 | 1,318 | 1,485 | 1,255 |
| 11 | 1,909 | 1,472 | 1,773 | 1,422 |
| 12 | 1,737 | 1,413 | 1,723 | 1,407 |
| 13 | 2,217 | 1,543 | 2,032 | 1,490 |
| 14 | 1,975 | 1,470 | 1,957 | 1,465 |
| 15 | 2,120 | 1,531 | 1,976 | 1,488 |

Comme il vient d'être indiqué nous avons considéré la charge de rupture expérimentale $P_{exp}$ comme la charge de rupture par flexion, bien que la dalle ait poinçonné sous cette charge. Le fait qu'au moment précédant le moment de rupture, la figure de rupture était déjà bien dessinée et que la charge n'augmentait que très peu pour des grandes déformations de la dalle, montre que le mécanisme de rupture était obtenu avant que le poinçonnement ne se produise et justifie la considération ci-dessus.

Mais le tableau n° 5 - 13 montre que la charge de rupture par poinçonnement pour toutes les dalles essayées devrait être plus élevée que la charge de rupture par flexion, tandis que lors des essais le poinçonnement s'est produit sous la même charge que la rupture par flexion.

S'agit-il donc d'une contradiction ? Certainement pas; on peut expliquer ce phénomène de la façon suivante : la charge de rupture par flexion étant inférieure à la charge de rupture par poinçonnement, la dalle cède par flexion et prend des déformations excessives surtout sous les charges concentrées extrêmes ; par la suite, la désorganisation du béton entraîne le poinçonnement. (Ce phénomène est bien connu. Il a été étudié par M. BERNAERT dans le Bulletin de A.F.P.C. n° 82 Novembre 1963).

## 6 - CONCLUSIONS

Les résultats de nos recherches peuvent être résumés de la manière suivante :

I - La théorie du Professeur JOHANSEN permet de prévoir avec une précision suffisante le mécanisme de rupture et d'étudier le comportement de la dalle au moment de la rupture.

II - L'idéalisation du phénomène de rupture faite par le Pr JOHANSEN convient aussi bien aux cas des aciers à haute adhérence qu'au cas de l'acier doux, dit naturel. La théorie s'applique donc aussi bien aux dalles armées d'acier crénelé (avec palier court) et d'acier TOR (sans palier de plasticité) qu'aux dalles armées d'acier doux.

III - Comme le prévoit la théorie en question, la diminution du rapport $\beta = \frac{m'}{m}$ lorsque $m + m' = C^{nte}$ entraîne, dans la plupart des cas une augmentation de la charge de rupture. Mais la diminution de $\beta$ est limitée d'une part par les conditions de sécurité à la fissuration et à la déformation, d'autre part par les conditions d'économie : l'augmentation de la quantité totale d'armature.

IV - Les méthodes de calcul à la rupture des poutres en béton armé déjà connues, ne sont pas en mesure de rendre compte du comportement à la rupture des poutres plates (des bandes de référence coupées dans une dalle parallèlement à une nappe d'armature).

Etant donné l'augmentation de la limite d'élasticité et de la contrainte de rupture des barres d'acier ayant une gorge et en se basant sur l'analogie entre ces barres et l'armature tendue d'une poutre fléchie en béton armé, il nous paraît logique de multiplier la contrainte dans l'armature par un coefficient de majoration $\eta$.

Pour calculer $\eta$ nous proposons la relation suivante :

$$\eta = \frac{1 - r + \sqrt{1 + r^2 + 6r}}{2}$$

dans laquelle

$$r = \frac{4\,\tau}{\phi\,\sigma_e}$$

où

- $\tau$ est la contrainte d'adhérence en kg/cm2
- $\phi$ est le diamètre des barres exprimé en cm.
- $\sigma_e$ est la limite d'élasticité en kg/cm2

Pour trouver la contrainte dans l'armature nous nous reportons à la méthode de Mr.CHAMBAUD concernant le calcul des poutres à faible pourcentage d'armature.

Il est souhaitable que des essais soient entrepris pour juger d'une façon encore plus sûre de la validité de cette méthode qui vient d'être proposée.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES


1 - M. G.A. STEINMANN - la théorie des lignes de rupture (Comité Européen du Béton, Bulletin n° 27 Septembre 1960)

2 - Bulletin n° 44 du C.E.B.- Octobre 1964.-

3 - MM. Ch. MASSONNET et M. SAVE - Calcul Plastique des Constructions volume II, Bruxelles 1963

4 - M. R. CHAMBAUD - le calcul à la Rupture par flexion des poutres en béton armé à faible pourcentage d'armature tendue (Annales de l'I.T.B.T.P. Paris Juin 1954).

5 - M. I.A. STEUERMANN - le choix du procédé optimum de calcul des éléments en béton armé soumis à flexion. (Revue Béton Armé, Paris n° 51, 52 et 53).

6 - M. L. BAES - Résistance des matériaux et éléments de la théorie de l'élasticité et de la plasticité de corps solides. Tome I - Lamartins Editeur Bruxelles 1930-1934.

7 - M. PROT - Recherches sur les propriétés mécaniques des métaux (Gauthier-Villars) 1945 Paris

8 - Bulletin d'information n° 12 du C.E.B. Février 1959

9 - M. S. BERNAERT - Etude bibliographique sur les essais du poinçonnement des dalles en béton armé - Bulletin de l'Association Française des Ponts et Charpentes n° 82 novembre 1963.

## REMERCIEMENTS

Nos remerciements s'adressent tout d'abord à Mr le Professeur R. SIESTRUNCK, Professeur titulaire de la chaire de Mécanique Physique et Expérimentale à l'Université de Paris, Faculté des Sciences et à Mr le Professeur J. R. ROBINSON, Ingénieur Général des Ponts et Chaussées, Directeur de l'IRABA qui ont bien voulu nous guider dans la préparation de la présente thèse.

Nous tenons également à remercier :

Mr G. DREUX, Directeur Adjoint de l'IRABA d'avoir mis à notre disposition le personnel nécessaire à la réalisation et interprétation des essais.

Mr Y. SAILLARD, Docteur-Ingénieur, Ingénieur Civil des Ponts et Chaussées, Secrétaire Permanent du Comité Européen du Béton, Directeur des Services Techniques de la Chambre Syndicale des Constructeurs en Ciment Armé et Béton Précontraint et Mr G. A. STEINMANN, Ingénieur Civil Diplômé E. P. F. de Genève, Rapporteur-Adjoint de la commission "Dalle, Plancher-dalle" du Comité Européen du Béton qui ont bien voulu suivre de près les essais et donner les directives nécessaires.

Mr J. C. MALDAGUE, Ingénieur E. T. P., Ingénieur aux Services Techniques de la Chambre Syndicale Nationale des Constructeurs en Ciment Armé et Béton Précontraint qui étant responsable de la réalisation du programme du C. E. B. a dirigé la recherche ; son expérience technique et son esprit de recherche ont permis de mener à bien le programme.

Les Ingénieurs, MM. E. KARAESMEN et A. ROGARI, Adjoint et Adjoint Technique de Mr MALDAGUE qui nous ont été d'une aide précieuse.

MM. U. ROGARI, RAVARY et LAGADIC préparateurs de laboratoire, R. LAPLACE et J. C. JOLY, dessinateurs.

Nous désirons également exprimer nos remerciements à Mme F. GILET tout particulièrement et à Mmes VIALA et COQUELET qui ont dactylographié le manuscrit, ainsi qu'à Mr DUPAS et Mme LAPLACE qui se sont chargés respectivement des travaux concernant les photographies et le tirage.

# DEUXIÈME THÈSE

---

**Propositions données par la Faculté**

" Les Cycles a basses température. "

Vu et approuvé :

*Paris, le 3 Juillet 1964*

Le Doyen de la Faculté des Sciences,

J. PERES

Vu

et Permis d'imprimer :

Le Recteur de l'Académie

de Paris,

Jean ROCHE